



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for fysikk

BOKMÅL

## KONTINUASJONSEKSAMEN

i

### TFY4115 FYSIKK

for MTNANO, MTTK og MTEL

Eksamensdato: Fredag 10. august 2012

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

**Faglig kontakt under eksamen:** Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 486 05 392

**Tillatte hjelpemidler (kode C):**

Bestemt enkel godkjent kalkulator med tomt minne.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

**Sensurdato:** Innen 31. aug. 2012.

Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:

- Symboler skrives i kursiv (f.eks.  $m$  for masse), mens enheter skrives uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  og  $\hat{z}$  er enhetsvektorer i henholdsvis  $x$ -,  $y$ - og  $z$ -retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
- Siste to sider er formelliste.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

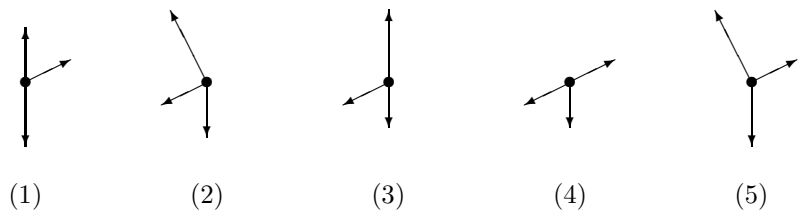
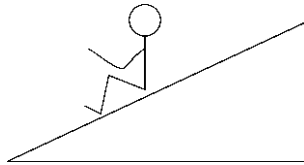
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende den følgende:

|            | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mitt svar: |   |   |   |   |   |   |   |   |

**Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 20 %)**

**a.** Kraftdiagrammet som best representerer kreftene som virker på en student som er i ro på skråplanet er

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5

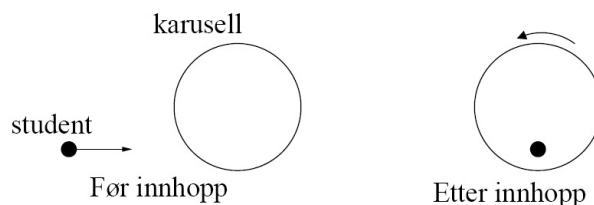


**b.** En massiv sylinder ruller langs et horisontalt golv med fart  $v$ . Sylinderens kinetiske energi er

- A)  $\frac{1}{4}mv^2$   
B)  $\frac{1}{2}mv^2$   
C)  $\frac{3}{4}mv^2$   
D)  $mv^2$   
E)  $\frac{5}{4}mv^2$

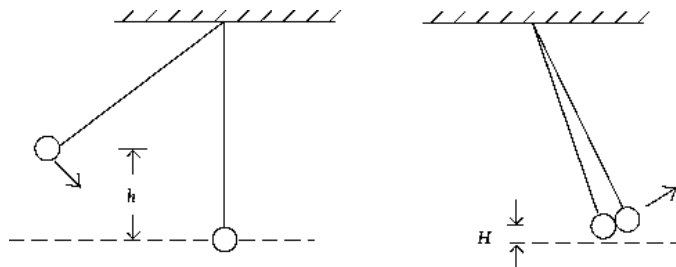
**c.** En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er  $E$  systemets energi,  $p$  systemets bevegelsesmengde og  $L$  systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

- A) Bare  $L$   
B)  $L$  og  $E$   
C)  $L$  og  $p$   
D)  $L$ ,  $E$  og  $p$   
E) Bare  $p$



**d.** To like kuler henger i hver si snor med lik lengde. Éi kule blir sluppet fra en høyde  $h$  over bunnpunktet og treffer den andre kula på laveste punkt i banen. Under kollisjonen (støtet) festes de to kulene til hverandre og beveger seg videre sammen. Hvilke(n) størrelse(r) er konstant under støtet? (Her er  $E$  total kinetisk energi,  $p$  total bevegelsesmengde og  $L$  totalt spinn om snorenes festepunkt i taket.)

- A)  $E$ ,  $p$  og  $L$   
B)  $E$  og  $p$   
C)  $p$  og  $L$   
D)  $E$  og  $L$   
E) Bare  $p$

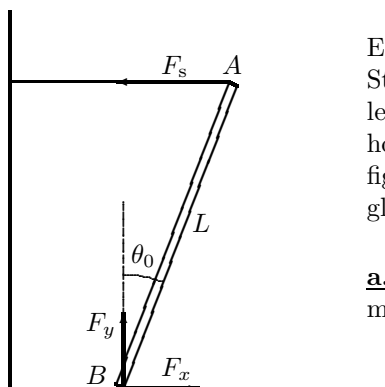


**e.** Vi betrakter samme kuler og størrelser som i oppgaven ovenfor. Etter kollisjonen når de sammenfestede kulene opp til en felles høyde  $H$  som er gitt av

- A)  $3h/4$   
B)  $h/4$   
C)  $h/2$   
D)  $h$   
E) Ingen av svarene er korrekte.

- f.** Trykket i en blanding av væske og tilhørende damp (dvs. en metta damp) avhenger av
- Volumet til dampen
  - Massen til væsken som er fordampet
  - Bare massetettheten til væsken
  - Bare temperaturen
  - Samla volum av væske og damp.
- g.** Når en ideell gass ekspanderer isotermt fra volum  $V_1$  til et større volum  $V_2$ , gjør gassen et arbeid  $W_T$ . Dersom den samme gassen ekspanderer adiabatisk fra  $V_1$  til  $V_2$ , gjør gassen et arbeid  $W_{ad}$ . Hvilken påstand er rett?
- $W_{ad} = W_T$
  - $W_{ad} < W_T$
  - $W_{ad} > W_T$
  - A, B eller C er rett avhengig av forholdet  $V_2/V_1$
  - A, B eller C er rett avhengig av gassens temperatur.
- h.** To enatomige gasser, helium og neon, blir blanda i forholdet 2:1 og er i termisk likevekt ved temperaturen  $T$ . Molar masse til neon er 5x molar masse til helium. Hvis den midlere kinetiske energien per heliumatom er  $U$ , er den midlere kinetiske energien per neonatom lik
- $U$
  - $U/2$
  - $2U$
  - $5U$
  - $U/5$

**Oppgave 2.** (teller 17 %)



En tynn, rett, homogen stang AB har masse  $M$  og lengde  $L$ . Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen  $\theta = \theta_0$  med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A og i veggen, som vist i figuren. Friksjonskrafta  $F_x$  i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er  $g$ .

**a.** Finn snorkrafta  $F_s$  og kraftkomponentene  $F_x$  og  $F_y$  uttrykt med  $M$ ,  $g$  og  $\theta_0$ .

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

**b.** Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punktet B.

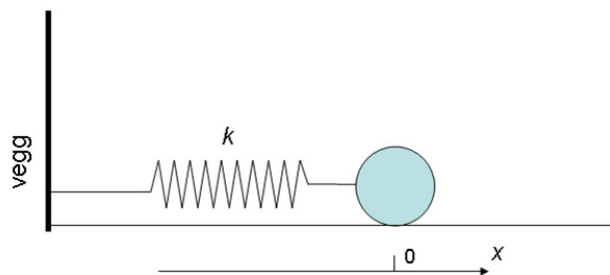
**c.** Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for stangas vinkelhastighet  $\omega = \dot{\theta}$  om punktet B når stanga danner vinkelen  $\theta \geq \theta_0$  med vertikalretningen. Uttrykk svaret med  $g$ ,  $L$ ,  $\theta_0$  og  $\theta$ .

TIPS: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

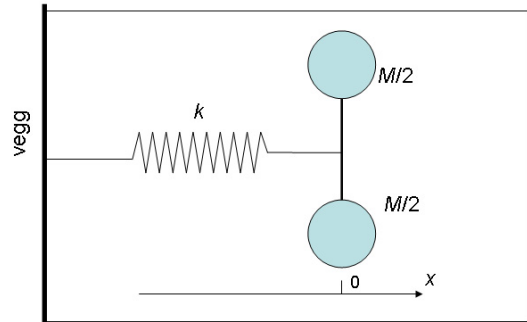
**Oppgave 3. (teller 25 %)**

Ei fjær med fjærkonstant  $k = 200 \text{ N/m}$  er i ene enden festet til en vegg og andre enden festet midt på en aksling med to like kuler i hver ende av akslingen. Kulene er massive med samla masse  $M = 1,00 \text{ kg}$  mens akslingen og fjæra kan regnes masseløse. Hver kule har radius  $R = 5,0 \text{ cm}$ . Systemet med kulene og akslingen kan bevege seg på underlaget og det strammes opp til  $x = x_0 = 0,100 \text{ m}$  og slippes slik at det svinger fram og tilbake om  $x = 0$ . Svingingen skjer uten å slenge til sidene eller å rotere om noen vertikal akse, dvs. bevegelse bare i  $x$ -retning. Når akslingen roterer skjer dette fritt uten hindring av fjærfestet.

sett fra siden:



sett ovenfra:



**a.** Anta først at kulene glir friksjonsfritt på underlaget. På grunnlag av Newtons 2. lov finn systemets bevegelseslikning, gjenkjenn denne som en udempet harmonisk svinging og finn herfra svingetida  $T_0$  i sekunder.

I det følgende antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom kulene og underlaget til at kulene med aksling under bevegelsen ruller uten å skli.

**b.** Tegn opp systemet sett fra siden i høyre ytterstilling ( $x = x_0$ ) og tegn her inn fjærkraft  $F$  og friksjonskraft  $F_f$  på kulene, med angrepspunkt, retning og omtrent riktige størrelser relativt hverandre.

**c.** I høyre ytterstilling vil systemet ha akselerasjon  $a$  mot venstre. Vis at friksjonskrafta må ha størrelse (sett bort fra retning)  $F_f = \frac{2}{5}Ma$ .

**d.** Hvor stor blir akselerasjonen i ytterstillingen (numerisk verdi)?

**e.** Hvor stor må friksjonskoeffisienten  $\mu_s$  mellom kuler og underlag minst være dersom betingelsen om rein rulling skal være oppfylt i ytterstillingen?

**Oppgave 4. (teller 25%)**

Et lukket kammer har form av en horisontal sylinder som er atskilt i to rom A og B med et stempel som kan gli friksjonsfritt langs sylindren. Hvert rom inneholder en enatomig, ideell gass. Det kan tilføres varme til kammer A (f.eks. ved en elektrisk glødetråd), ellers er sylindren varmeisolert fra omgivelsene og stempelet varmeisolerer fullstendig mellom A og B. Opprinnelig har hvert rom et volum  $V_{A,0} = V_{B,0} = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ , temperatur  $T_{A,0} = T_{B,0} = 273 \text{ K}$  og trykk  $p_{A,0} = p_{B,0} = 1,00 \text{ atm}$ .

**a.** Beregn hvor mange mol gass det er i hvert rom.

Varmer  $Q$  blir langsomt tilført gass A slik at volum A ekspanderer og B komprimeres inntil trykkene i begge gassene er  $p_A = p_B = 3,00 \text{ atm}$ . Prosessene kan antas reversible.

**b.** Bruk adiabatlikning for prosessen i B til å finne sluttvolumet  $V_B$ . Finn også sluttvolumet  $V_A$  i A.

**c.** Finn sluttemperaturene  $T_A$  og  $T_B$  i begge gassene.

**d.** Finn nødvendig tilført varme  $Q$ .

**e.** Beregn entropiendringen  $\Delta S_A$  og  $\Delta S_B$  i hver av de to gassene.

Dersom du ikke har funnet svar eller tallsvar i c. kan du i d. og e. uttrykke svarene med de nødvendige av  $T_{A,0}, T_{B,0}, T_A, T_B, V_{A,0}, V_{B,0}, V_A$  og  $V_B$ .

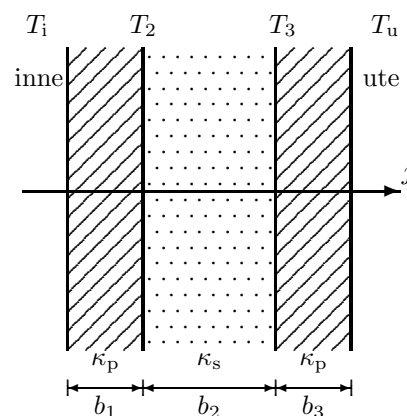
OPPGITT:  $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

**Oppgave 5. (teller 13 %)**

En husvegg har innerpanel og ytterpanel med tykkelser henholdsvis  $b_1 = 2,0 \text{ cm}$  og  $b_3 = 2,5 \text{ cm}$ . Varmeledningsevnen for begge er  $\kappa_p = 0,14 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ . Rommet mellom veggene er fylt med steinull med tykkelse  $b_2 = 10,0 \text{ cm}$  og varmeledningsevne  $\kappa_s = 0,047 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ .

Temperaturen i lufta på innsiden av veggen er  $T_i = 22^\circ\text{C}$  og utetemperaturen er  $T_u = +5,0^\circ\text{C}$ .

Du kan neglisjere varmeovergangseffekter mellom vegg og luft og dermed anta at veggoverflatas temperatur er lik lufttemperaturen, henholdsvis ute og inne.



**a.** Uttrykk varmestrømtettheten  $j$  med kjente størrelser og finn herfra numerisk verdi.

**b.** Skisser temperaturen som funksjon av posisjonen i veggen.

**c.** Beregn temperaturen på grenseflata mellom innerpanelet og isolasjonen ( $T_2$ ).

**FORMELLISTE.**

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

**Fysiske konstanter:**

$$\begin{aligned} N_A &= 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} & u &= \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ k_B &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} & R &= N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} & \sigma &= 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \\ c &= 2,9997 \cdot 10^8 \text{ m/s} & h &= 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} & 0^\circ\text{C} &= 273 \text{ K} & g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

**SI-enheter:**

**Fundamentale SI-enheter:** meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

**Noen avledete SI-enheter:** newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

**Varianter:** kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h ångstrøm = Å =  $10^{-10}$  m atm =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa

**Klassisk mekanikk:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der} \quad \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\alpha}: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Newtons gravitasjonslov: } \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad E_p(r) = -G \frac{M}{r} m \quad G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{Arbeid: } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla} E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x} E_p(x, y, z) \quad \text{Hookes lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment): } \vec{\tau} = (\vec{r} - \vec{r}_0) \times \vec{F}, \text{ med } \vec{r}_0 \text{ som valgt referansepunkt} \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Betingelser for statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}, \text{ uansett valg av referansepunkt } \vec{r}_0 \text{ i } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m\Delta \vec{v} \quad \text{Alle støt: } \sum \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \sum E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet: } \vec{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r} \hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2 \hat{\mathbf{r}} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L}, \quad \text{stive legemer: } \vec{L} = I \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Rotasjonsenergi: } E_{k, \text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

$$\text{der treghetsmoment } I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm \quad \text{med } r = \text{avstanden fra } m_i \text{ (dm) til rotasjonsaksen.}$$

Med akse gjennom massemiddelpunktet:  $I \rightarrow I_0$ , og da gjelder:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{kuleskall: } I_0 = \frac{2}{3} MR^2 \quad \text{sylder/skive: } I_0 = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{åpen sylinder/ring: } I_0 = MR^2$$

$$\text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakseteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempet svingning:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$        $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$        $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel:  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ , der  $\sin \theta \approx \theta$       Fysisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$       Matematisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$        $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$  Underkritisk dempet:  $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t - \delta)$       med  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$  Overkritisk dempet:  $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$       med  $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$ , med (partikulær)løsning når  $t \gg \gamma^{-1}$  :

$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta)$ , der  $x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$        $\tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

“Rakettlikningen”:  $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{\text{ex}}$       der  $\beta = \frac{dm}{dt}$  og  $\vec{u}_{\text{ex}}$  = hast. utskutt masse relativ hovedmasse

### Termisk fysikk:

$n$  = antall mol       $N = nN_A$  = antall molekyler       $n_f$  = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$        $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$        $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$        $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$        $pV = N \frac{2}{3} \overline{E_K}$        $\overline{E_K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T$        $W = p\Delta V$        $W = \int_1^2 p dV$

Ideell gass:  $C_V = \frac{1}{2} n_f R$        $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$        $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$        $dU = C_V n dT$

Adiabat:  $Q = 0$       Ideell gass:  $pV^\gamma = \text{konst.}$        $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$        $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner:  $\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$       Carnot:  $\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$       Otto:  $\eta_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap:  $\eta_K = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$       Varmepumpe:  $\eta_V = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius:  $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$        $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$       Entropi:  $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$        $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$

1. og 2. hovedsetning:  $dU = dQ - dW = TdS - pdV$

Entropiendring  $1 \rightarrow 2$  i en ideell gass:  $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmedledning:  $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$        $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$       Varmeovergang:  $j = \alpha \Delta T$

Stråling:  $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$        $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck:  $u(T) = \int_0^\infty \eta(f, T) df$       der  $u$ 's frekvensspekter  $= \eta(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(hf/k_B T) - 1}$