Oppgåve 1 Bestem konstanten a slik at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (x+a)^2 & x < 1, \\ xe^{1-x} & x \geqslant 1, \end{cases}$$

blir kontinuerleg.

Oppgåve 2 Vis at funksjonen

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2) \quad \text{for} \quad x \geqslant 1,$$

har ein invers (omvendt) funksjon, $f^{-1}(x)$. Finn eit uttrykk for $f^{-1}(x)$.

Oppgåve 3 La $f(x)$ vere ein kontinuerleg funksjon som tilfredstiller likninga

$$\int_0^x f(t)\,dt = 1 + x - e^{x^2}$$

for alle $x \in \mathbb{R}$. Rekn ut $f'(0)$.

Oppgåve 4 Rekn ut integralet

$$\int_0^1 \frac{5x^2 - 2}{(x+1)^2(x-2)}\,dx.$$

Oppgåve 5 La A vere området i xy-planet som er avgrensa av $y = \sqrt{x}$ og $y = x/2$. Finn volumet av omdreiingslekamen som oppstår ved å dreie A om linja $x = 4$.

Oppgåve 6 For kva for nokre verdiar av x konvergerer rekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2|x| - 3)^n?$$

Kva blir så summen uttrykt som ein funksjon av x?

Oppgåve 7 Vis at rekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1+n^2)^p}$$

konvergerer for $p > 1$. Kva skjer når $p = 1$?

Oppgåve 8 La $y(x)$ vere ein deriverbar funksjon som tilfredstiller

$$y(x) = e^x + 1 - \int_0^x y(t)e^t\,dt$$

for alle $x \in \mathbb{R}$.

Vis at $y(x)$ er ei løysing av differensiallikninga

$$y' + e^x y = e^x$$

og bruk dette til å finne $y(x)$.

Oppgåve 9 Angi ein funksjon $f(x)$ slik at

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\pi}{2n} \tan\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi i}{2n}\right)$$

blir ein riemannsum for $f(x)$ på intervallet $[-\pi/4, \pi/4]$.

Finn grenseverdien

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi}{2n} \tan\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi i}{2n}\right).$$

Oppgåve 10 Skissér kurva gitt ved $x^3 = y^2$. Bestem bogelengda til den del av kurva som går frå $(1, -1)$ til $(1, 1)$.