**Oppgåve 1** Finn ei likning for tangentlinja til kurva $y = y(x)$ gitt ved

$$xy + xe^y = 1$$

i punktet $(1, 0)$.

**Oppgåve 2** Rekn ut

$$\int \frac{2x}{(x-1)^2(x^2+1)}\,dx.$$

**Oppgåve 3** Finn punktet $(x, y)$ på grafen til $y = \sqrt{x}$ for $x \geqslant 0$ som ligg nærmast punktet $(4, 0)$.

**Oppgåve 4** Bruk Simpsons metode med $2n = 4$ for å finne ei tilnærming til

$$\int_0^{\pi} \cos(x^2)\,dx.$$

Kor stor må $n$ vere for at feilen,

$$\left| \int_0^{\pi} \cos(x^2)\,dx - S_{2n} \right|,$$

er garantert mindre enn $10^{-3}$? Grunngi svaret.

La $f(x) = \cos(x^2)$. Du kan bruke utan bevis at $|f^{(4)}(x)| \leqslant 1600$ for alle $x \in [0, \pi]$.

**Oppgåve 5** Avgjer om integralet

$$\int_{2020}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}}$$

konvergerer eller divergerer.

Avgjer om rekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$$

konvergerer eller divergerer.

**Oppgåve 6** Finn taylorrekka om $a = 0$ (maclaurinrekka) til funksjonen

$$f(x) = \frac{x}{x^2+9}.$$

Kva er konvergensradien til taylorrekka? Grunngi svaret.

**Oppgåve 7** Gitt funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} (x^2-1)^2-1 & x \geqslant 0 \\ x^2 e^{-x} & x < 0, \end{cases}$$

er $f'(x)$ kontinuerleg? Grunngi svaret.

**Oppgåve 8** La $R$ vere området i $xy$-planet som er avgrensa av kurvene $y = x^3$ og $y = \sqrt{x}$. Lag ei skisse av $R$.

Ein omdreiingslekam framkomer ved å dreie $R$ om linja $x = -6$. Finn volumet av omdreiingslekamen.

**Oppgåve 9** Bestem grenseverdien

$$\lim_{x \to 0} \frac{\int_1^{x^2+1} \sin(t^2)\, dt}{3x^2}.$$

**Oppgåve 10** Ein tank ved tid $t = 0$ inneheld 100 liter med saltlake, med saltkonsentrasjon 0.25 kg salt per liter. Saltlake som inneheld 0.2 kg salt per liter strøymer inn i tanken med ei hastigheit på 5 liter per minutt, og blandinga (som blir halden uniform ved å røre om) strøymer ut med same hastigheit.

La $y(t)$ vere antall kg salt i tanken ved tid $t$ minutt etter at man har begynt å røre om. Forklar kvifor

$$y'(t) = 1 - \frac{1}{20} y(t), \qquad y(0) = 25.$$

Grunngi svaret.

Kor mange kg salt er det i tanken etter 60 minutt?