

Oppgave 1 Finn en ligning for tangentplanet til flaten gitt ved

$$y \cos(xy) = e^z - 2$$

i punktet $(\pi, 1, 0)$.

Oppgave 2 Finn buelengden til kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\frac{1}{2} \ln(t), \sqrt{3}t, \frac{3}{2}t^2 \right)$$

for $1 \leq t \leq 2$.

Oppgave 3 Finn den største og den minste verdien til funksjonen

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)e^{-(x+y)}$$

i området i første kvadrant ($x \geq 0, y \geq 0$) gitt ved $x + y \leq 4$.

Oppgave 4 Regn ut

$$\int_C xy \, ds$$

der C er kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos(t), \sin(t), 2 \cos(t))$$

for $0 \leq t \leq \pi/2$.

Oppgave 5 Vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\ln(z^2 + 1) + y^2, 2xy, \frac{2xz}{z^2 + 1} \right)$$

oppgis å være konservativt på $\mathbb{R}^3$ (du trenger ikke å vise dette).

Regn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der C er kurven gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\sin\left(\frac{\pi t^3}{2}\right), t, t^2 + 1 \right)$$

for $-1 \leq t \leq 1$.

Oppgave 6 Vis at funksjonen $z = f(x^2 + y^2)$ tilfredsstiller ligningen

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

der

$$f(u) = e^{u^2}.$$

Oppgave 7 La T være legemet som er avgrenset av flatene $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ og $z = 0$, hvor $a > 0$.

Regn ut

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} \, dS$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz^2, x^2y - z^3, 2xy + y^2z)$, S er den krumme delen av T , og $\hat{\mathbf{N}}$ er enhetsnormalvektoren til S som peker ut fra T .

Oppgave 8 La $a > 0$ og C være skjæringskurven mellom sylindren

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + y^2 = 1$$

og flaten $z = |y|$.

Finn en parametrisering av kurven, og bestem a slik at alle punkter på C ligger i samme avstand fra origo.

Oppgave 9

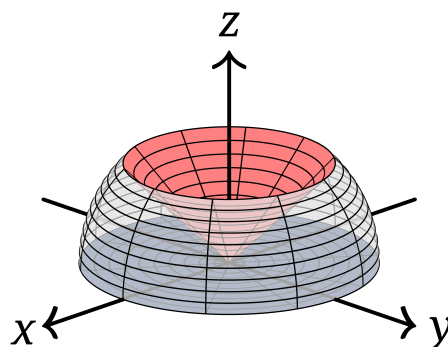
La T være legemet avgrenset av kjeglen

$$z^2 = x^2 + y^2,$$

xy -planet og flaten

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

Regn ut volumet av T .



Oppgave 10 Regn ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (3xz, 9xy, 8yz)$, C er trekanten med hjørner i $(0, 0, 3)$, $(0, 2, 0)$ og $(4, 0, 0)$, og hvor C er orientert mot klokken sett fra positiv z -akse.