

Oppgave 1 Finn den største og den minste verdien til funksjonen

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

i området der $x \leq 0$, $y \leq 0$ og $x + y \geq -3$.

Oppgave 2 Bestem en funksjon $f(x)$ slik at vektorfeltet

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (2xyz, x^2z, yf(x))$$

blir konservativt.

La C være kurva parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(\sin(t), 1 - \cos(t), \frac{1}{2}(1 - \cos(2t)) \right), \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

Rekn ut

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

for den f som gjør $\mathbf{F}$ konservativt.

Oppgave 3 Finn grenseverdien

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x) - y}{x}$$

eller forklar hvorfor den ikke eksisterer.

Oppgave 4 Gitt

$$\int_{-1}^1 \int_{|y|}^1 (x + y)^2 dx dy.$$

Skissér integrasjonsområdet, og rekn ut ved å bytte om integrasjonsrekkefølga.

Oppgave 5 Rekn ut

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (2xy - x^2, x + y^2)$ og C er kurva som omkrinsar området avgrensa av $y = x^2$ og $y^2 = x$, kor C er orientert mot klokka.

Oppgave 6 Posisjonen til ein partikkel i planet ved tid $t \geq 0$ er gitt ved

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t)) = (2 \cos^2(t), \sin(2t)).$$

Om x og y er angitt i meter, kor langt har partikkelen bevegde seg ved tid $t = 3\pi/2$?

Oppgave 7 Finn den minste avstanden frå origo til kurva $3x^2 + 4xy + 3y^2 = 20$.

Oppgave 8 La T vere lekamen avgrensa av flata $z = x^2$ og plana $z = y + 2$ og $z = 4 - y$.

Lag ei skisse av projeksjonen av T i yz -planet, og finn volumet av T .

Oppgave 9 La S vere den delen av flata $z = 3 - x^2 - y^2$ som oppfyller $0 \leq y \leq 1$ og $y^2 \leq x \leq \sqrt{y}$.

Rekn ut

$$\iint_S \frac{8x}{\sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)}} dS.$$

Oppgave 10

La S vere den delen av flata $z = y^2 - x^2 + 2$ som ligg inne i sylindren $x^2 + y^2 = 1$, og la T vere lekamen som er avgrensa oppover av S og nedover av xy -planet.

Rekn ut volumet av T .

La $\hat{\mathbf{N}}$ vere einingsnormalen til T som peikar ut av T . Rekn ut

$$\iint_{\partial T} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS \quad \text{og} \quad \iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$$

der $\mathbf{F}$ er vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, 2z + 1)$ og ∂T er randa til T .

Du kan bruke, utan bevis, at

$$\int_0^{2\pi} \sin^2(\theta) d\theta = \pi.$$

