

Faglig kontakt under eksamen:
Sverre Smalø
Telefon: 73 59 17 50

EKSAMEN I FAG TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

Bokmål

Tirsdag 14. desember 2004

Kl. 09.00 - 13.00

Hjelpemidler: - Enkel kalkulator HP30S, Rottmann Matematisk formelsamling

Sensuren faller 14. januar 2005.

Oppgave 1

- a) La p , q og r være primitve utsagn.
Beregn sannhetsverditabellen til det logiske utsagnet $(p \rightarrow q) \vee r$
- b) La f være den Booleske funksjonen som svarer til det logiske utsagnet i del a). Lag et logisk nettverk (combinatorial circuit, gating network) som representerer dette uttrykket.

Oppgave 2

La $\prod_{i=1}^n a_i$ benevne produktet av tallene $a_1, a_2, \dots, a_n$. i.e. $\prod_{i=1}^n a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n$.

Vis ved induksjon at

$$\prod_{i=n+1}^{2n} i = 2^n \prod_{i=1}^n (2i-1).$$

i.e. vis at $(n+1) \cdot (n+2) \cdots (2n) = 2^n (1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1))$.

Oppgave 3

- a) Bruk Euclids algoritme til å finne inversen til 9 modulo 101 og inversen til 4 modulo 97.
- b) Finn x slik at $0 \leq x < 9797$, og slik at x tilfredsstiller følgende system av kongruenser

$$9x \equiv 5 \pmod{101}$$

$$x \equiv 6 \pmod{97}$$

Oppgave 4

La tallfølgen $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ være gitt rekursivt ved at

$$a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 3 \text{ og}$$

$$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3} \text{ for } n \geq 3$$

Finn en (lukket) formel for a_n .

Oppgave 5

- a) La $A = \{a, b, c, d\}$ og la $R \subseteq A \times A$ være en relasjon på A som er både en ekvivalensrelasjon og en delvis ordning (partial order). Hvordan ser da Hassediagrammet til R ut?
- b) La $B = \{1, 2, 3, 4\}$ og la Q være en relasjon på B gitt med matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

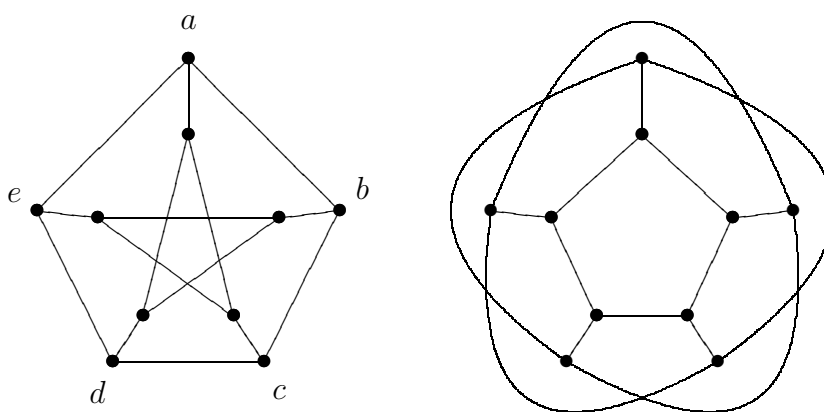
relativt til rekkefølgen 1,2,3,4 på elementer i B .

Avgjør om Q er refleksiv, symmetrisk, transitiv eller antisymmetrisk.

Svaret skal begrunnes.

Oppgave 6

a) Avgjør om grafene



er isomorfe.

b) Finn alle utspennende trær i grafen til venstre over som er slik at $\deg(a) = \deg(b) = \deg(c) = \deg(e) = \deg(d) = 1$, og avgjør hvor mange isomorfiklasser en har av slike utspennende trær.

Oppgave 7 Betrakt alfabetet $I = \{0, 1\}$.

Vis at delmengden $\{\overbrace{00 \cdots 0}^{2n} \overbrace{11 \cdots 1}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ av I^* ikke kan gjenkjennes av en deterministisk endelig tilstandsautomat.