



Faglig kontakt under eksamen:  
Sverre O. Smalø  
Telefon: 73 59 17 50

## EKSAMEN I FAG TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

Bokmål

Lørdag 13. august 2005

Kl. 09.00 - 13.00

Hjelpemidler: - Enkel kalkulator HP30S, Rottmann Matematisk formelsamling

### Oppgave 1

- a) La  $p$ ,  $q$  og  $r$  være primitive utsagn.  
Beregn sannhetsverditabellen til det logiske utsagnet  $(\neg p \wedge q) \vee r$
- b) La  $f$  være den Booleske funksjonen som svarer til det logiske utsagnet i del a). Lag et logisk nettverk (combinatorial circuit, gating network) som representerer dette uttrykket.

### Oppgave 2

Vis ved matematisk induksjon at formelen

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

holder for alle positive heltall  $n$ .

**Oppgave 3** Ved IME-fakultetet sto ett år 165 studenter til eksamen i TMA4140, 170 studenter sto til eksamen i TMA4100 og 195 studenter sto til eksamen i TDT4110. Totalt var det 198 studenter som sto i minst en av disse tre eksamener. 90% av studentene som sto i TMA4100 sto også til eksamen i TMA4140, og alle studentene som sto både i TMA4100 og TMA4140 sto også i TDT4110.

- a) Hvor mange studenter sto til eksamen i alle tre kurs?
- b) Hvor mange studenter sto til eksamen i eksakt to av disse kursene?
- c) Hvor mange studenter sto til eksamen i bare ett av disse kursene?

#### Oppgave 4

- a) Bruk Euclids algoritme til å finne inversen til 9 modulo 103 og inversen til 4 modulo 99.
- b) Finn  $x$  slik at  $0 \leq x < 10197$ , og slik at  $x$  tilfredsstiller følgende system av kongruenser

$$\begin{aligned}9x &\equiv 5 \pmod{103} \\ x &\equiv 8 \pmod{99}\end{aligned}$$

#### Oppgave 5

- a) La  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$  og la  $R \subseteq A \times A$  være relasjonen på  $A$  gitt ved  $R = \{(x, y) \mid y = zx \text{ for heltall } z\}$ . Med andre ord  $(x, y)$  er med i  $R$  dersom  $x$  er delelig med  $y$ . Finn Hassediagrammet til  $R$ .
- b) La  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  og la  $Q$  være en relasjon på  $B$  gitt med matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

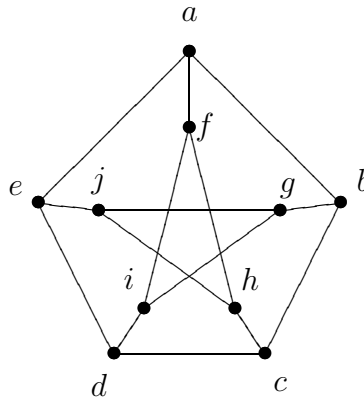
relativt til rekkefølgen 1,2,3,4,5 av elementer i  $B$ .

Avgjør om  $Q$  er refleksiv, symmetrisk, transitiv eller antisymmetrisk.

Svaret skal begrunnes.

**Oppgave 6**

a) Avgjør om følgende graf har en Euler sykel.



b) Vis at grafen ikke har en Hamiltonsykel.

**Oppgave 7** Betrakt alfabetet  $I = \{0, 1\}$ .

La en ikkedeterministisk endelig tilstandsmaskin være gitt ved tilstandstabellen nedenfor med slutttilstander  $F = \{s_0, s_4\}$ .

| tabell |            |       |
|--------|------------|-------|
| state  | f          |       |
|        | input      |       |
|        | 0          | 1     |
| $s_0$  | $s_0, s_3$ | $s_1$ |
| $s_1$  | $s_2$      | $s_4$ |
| $s_2$  |            | $s_4$ |
| $s_3$  | $s_3$      |       |
| $s_4$  | $s_3$      | $s_3$ |

Lag tilstandsdiagrammet for denne og konstruer den tilhørende deterministiske endelige tilstandsmaskinen.