



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Sverre O. Smalø (73 59 17 50)

EKSAMEN I DISKRET MATEMATIKK (TMA4140)

Onsdag 14. desember 2005
Tid: 09:00 – 13:00

Hjelpemidler:
Enkel kalkulator HP30S, Rottmann Matematiske formelsamling.
Sensurfrist: 14 Januar.

Oppgave 1 La p, q og r være primitive utsagn.

- a) Beregn sannhetsverditabellen til utsagnet $(q \rightarrow \neg p) \rightarrow r$.
- b) La f være den Booleske funksjonen som svarer til det logiske utsagnet i del a). Lag et logisk nettverk (combinatorial circuit, gating network) som representerer f .

Oppgave 2

Vis ved matematisk induksjon at formelen

$$\sum_{i=1}^n 1/(i(i+1)(i+2)) = \frac{1}{4}(n^2 + 3n)/((n+1)(n+2))$$

holder for alle n .

Oppgave 3

- a) Bruk Euclids algoritme til å finne inversen til 3 modulo 161 og til 7 modulo 85.

b) Finn x med $0 \leq x < 13685$ slik at x tilfredsstiller følgende system av kongruenser:

$$3x \equiv 10 \pmod{161}$$

$$7x \equiv 99 \pmod{85}.$$

Oppgave 4 La $A = \{x_1x_2x_3x_4 \mid x_i \in \{0,1\}, i = 1, 2, 3, 4\}$ være mengden av alle 4-bits strenger (sequences, words).

Definer relasjonen R i $A \times A$ ved

$$R = \{(x_1x_2x_3x_4, y_1y_2y_3y_4) \mid (x_1 \leq y_1) \wedge (x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2) \wedge (x_1 + x_2 + x_3 \leq y_1 + y_2 + y_3) \wedge (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4)\}$$

der addisjon er vanlig addisjon av tall og $\leq$ er vanlig ulikhet mellom tall.

a) Vis at R er en delvis ordning.

b) Tegn Hassediagrammet til mengden og avgjør om den er et gitter (lattice) eller ikke.

Oppgave 5

Betrakt alfabetet $I = \{0, 1\}$.

La en ikke-deterministisk tilstandsautomat være gitt ved tilstandstabellen nedenfor med start-tilstand s_0 og slutttilstander gitt ved $F = \{s_1, s_4\}$.

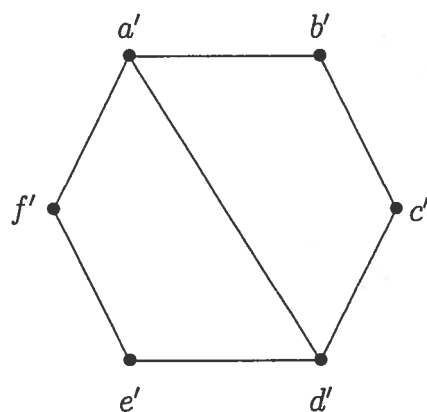
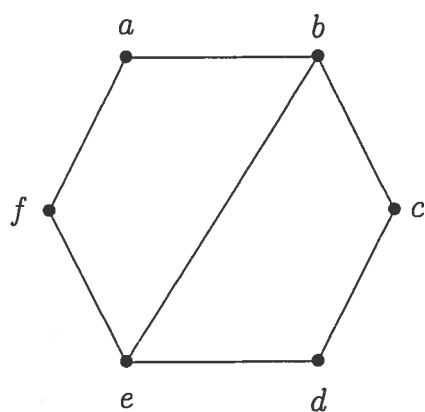
states	f	
	0	1
s_0	s_1, s_3	s_2
s_1	s_2	s_4
s_2	s_3	s_4
s_3	—	s_1
s_4	—	s_2

a) Lag tilstandsdiagrammet.

b) Gi en regulær grammatikk som genererer samme språk som tilstandsautomaten.

Oppgave 6

Finn antall isomorfier mellom disse grafene.





Faglig kontakt under eksamen:

Professor Sverre O. Smalø (73 59 17 50)(mobil: 48 29 39 75)

EKSAMEN I DISKRET MATEMATIKK (TMA4140)

Onsdag 14. desember 2005

Tid: 09:00 – 13:00

Permitted aids:

Simple calculator HP30S, Rottmann Mathematical formulas.

Sensurfrist: 14 Januar.

Oppgave 1 Let p , q and r be primitive propositions.

a) Find the truth table for the proposition $(q \rightarrow \neg p) \rightarrow r$.

b) Let f be the Boolean function corresponding to the proposition in part a). produce a combinatorial circuit (gating network) that represent f .

Oppgave 2

Prove by mathematical induction that the formula

$$\sum_{i=1}^n 1/(i(i+1)(i+2)) = \frac{1}{4}(n^2 + 3n)/((n+1)(n+2))$$

is valid for all n .

Oppgave 3

a) Use the Euclidian algorithm to find the inverse of 3 modulo 161 and to 7 modulo 85.

b) Find x with $0 \leq x < 13685$ such that x satisfies the following system of congruences:

$$3x \equiv 10 \pmod{161}$$

$$7x \equiv 99 \pmod{85}.$$

Oppgave 4 Let $A = \{x_1x_2x_3x_4 \mid x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, 3, 4\}$ be the set of all 4-bit strings (sequences, words).

Define the relation R in $A \times A$ by $R = \{(x_1x_2x_3x_4, y_1y_2y_3y_4) \mid (x_1 \leq y_1) \wedge (x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2) \wedge (x_1 + x_2 + x_3 \leq y_1 + y_2 + y_3) \wedge (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4)\}$

where addition is the usual addition of numbers and $\leq$ is usual inequality between numbers.

a) Prove that R is a partial order.

b) Draw the Hasse diagram to the partial order and decide if it is a lattice or not.

Oppgave 5

Consider the alphabet $I = \{0, 1\}$.

Let the nondeterministic automation be given by the state table below and with start state s_0 and the final states given by $F = \{s_1, s_4\}$.

states	f	
	0	1
s_0	s_1, s_3	s_2
s_1	s_2	s_4
s_2	s_3	s_4
s_3	—	s_1
s_4	—	s_2

a) Draw the state diagram.

b) Give a regular grammar that generate the same language as the automation above.

Oppgave 6

Find the number of isomorphisms between the the two graphs below.

