

Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe
92650655



Bokmål

KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4140

11. August 2008
Tid: 09.00 – 13.00

Hjelpemidler:
Enkel kalkulator HP30S,
Rottmanns matematiske formelsamling.

Alle svar skal begrunnes

- ☐ **Oppgave 1** (10%) La p, q og r være primitive utsagn. Sett opp sannhetsverditabellen til det logiske utsagnet

$$(\neg(p \wedge q) \rightarrow q) \vee (r \wedge \neg p).$$

Skriv ned definisjonen på en kontradiksjon (contradiction). Er utsagnet over en kontradiksjon?

- Oppgave 2** (10%) Vis ved induksjon at 21 går opp i

$$4^{n+1} + 5^{2n-1}$$

for alle heltall $n \geq 1$.

- Oppgave 3** Vi ser på mengden $S = \{i, j, k, l, m\}$.

- a) (5%) Skriv ned definisjonen på en partisjon (partition) av en mengde, og gi et eksempel på en mulig partisjon av S .

b) (5%) En ekvivalensrelasjon $\mathcal{R}$ på mengden S er gitt ved at

$$\mathcal{R} = \{(i, i), (m, l), (j, j), (i, j), (k, k), (l, m), (j, i), (l, l), (m, m)\}.$$

Angi hvilken partisjon av S relasjonen $\mathcal{R}$ gir opphav til.

c) (10%) En annen relasjon $\mathcal{S}$ på mengden S er gitt ved

$$\mathcal{S} = \{(i, l), (k, m), (l, m), (m, k)\}.$$

Angi den refleksive tillukningen (closure) av $\mathcal{S}$, den transitive tillukningen av $\mathcal{S}$ og den symmetriske tillukningen av $\mathcal{S}$.

Oppgave 4 (10%) Finn alle heltall x som løser

$$\begin{aligned} x &\equiv 2 \pmod{5} \\ x &\equiv 4 \pmod{6} \\ x &\equiv 10 \pmod{11} \end{aligned}$$

Oppgave 5 (10%) Løs rekurrensrelasjonen (recurrence relation)

$$a_n = 9a_{n-1} - 20a_{n-2},$$

for $n \geq 3$, med initialbetingelsene $a_1 = 23$ og $a_2 = 107$.

Oppgave 6 (10%) Lag en deterministisk endelig tilstandsautomat som aksepterer språket

$$\{010111, 00011\}^*.$$

Beskriv automaten med enten et tilstandsdiagram (tegning) eller en tilstandstabell.

Oppgave 7 a) (5%) La f og g være to funksjoner som går fra og til de reelle tallene. Skriv ned definisjonen på at f er $\mathcal{O}(g)$.

b) (5%) Vis at $f(x^3) = 4x^3 + x^2 + 1000$ er $\mathcal{O}(x^3)$ ved å finne vitner og bruke disse til å vise at definisjonen holder.

Oppgave 8 (10%) Binomial teoremet. Finn koeffisientene til

$$\text{i) } x^6 y^7 \text{ i ekspansjonen av } (x + 3y)^{13} \quad \text{ii) } x^9 \text{ i ekspansjonen av } (2 - 3x)^{13}.$$

Oppgave 9 (10%) Bruk ordnede par til å beskrive de mulige delvise ordningene (partial orderings) av mengden $S = \{1, 2, 3\}$.