

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4140 Diskret matematikk**

Faglig kontakt under eksamen: Christian Skau

Tlf: 7359 1755

Eksamensdato: august 2015

Eksamenstid (fra–til): 09.00–13.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Bestemt, enkel kalkulator, Rottmans matematiske formelsamling

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

- (i) $[\neg p \rightarrow (\neg q \wedge q)] \rightarrow p$
- (ii) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg q$
- (iii) $[\neg q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$
- (iv) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Oppgave 2

Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(2939)_{10}$? [Vi bruker symbolene A, B, C, D, E, F til å betegne henholdsvis 10, 11, 12, 13, 14, 15].

Oppgave 3

La universalmengden være de hele tallene $\mathbb{Z}$. Avgjør om utsagnet

$$\neg \exists y \forall x \exists z ((y + 1)x = z^2)$$

er sant eller galt. Gi en ekvivalent fremstilling der negasjonen $\neg$ ikke forekommer.

Oppgave 4

Hva er løsningen til rekurrensrelasjonen

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}; n \geq 2, \text{ med initialbetingelsene } a_0 = 6, a_1 = 8?$$

Oppgave 5

La $f, g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ være definert ved

$$f(x) = (x^2 - 2x) \log(x + 1)$$

$$g(x) = (3x^2 + 1) \log(x^2)$$

Vis at $f(x)$ er $\Theta(g(x))$.

Oppgave 6

Finn antallet veier av lengde 4 mellom to forskjellige noder i den komplette grafen K_4 . (K_4 er den enkle (urettede) grafen med fire noder der hvert par av noder er forbundet med en kant.)

Oppgave 7

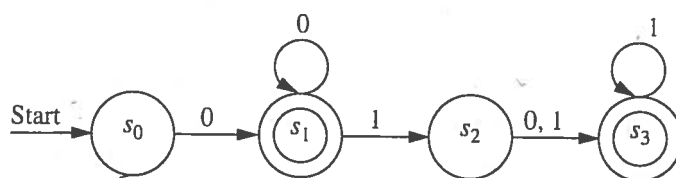
Konstruer en deterministisk endelig tilstandsautomat med færre enn fem noder som gjenkjenner mengden av binære strenger som starter med 0 og som har et odde antall 1'ere.

Oppgave 8

Vis at det ikke finnes noen endelig (ikke-deterministisk) tilstandsautomat med to tilstander som gjenkjenner mengden av binære strenger som har en eller flere 1'ere og som slutter med 0.

Oppgave 9

Finn et regulært uttrykk for språket L som tilstandsautomaten i Figur 1 gjenkjenner. Finn en regulær grammatikk $G = (V, T, S, P)$ som genererer språket L .



Figur 1.

Oppgave 10

På hvor mange måter kan man fordele ti identiske DVD 'er i tre identiske bokser slik at hver boks inneholder minst to DVD 'er?