

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4140 Diskret matematikk**

Faglig kontakt under eksamen: Christian Skau

Tlf: 73591755

Eksamensdato: august 2016

Eksamenstid (fra–til):

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C:

Bestemt, enkel kalkulator, Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1 Løs rekurrensrelasjonen

$$a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2},$$

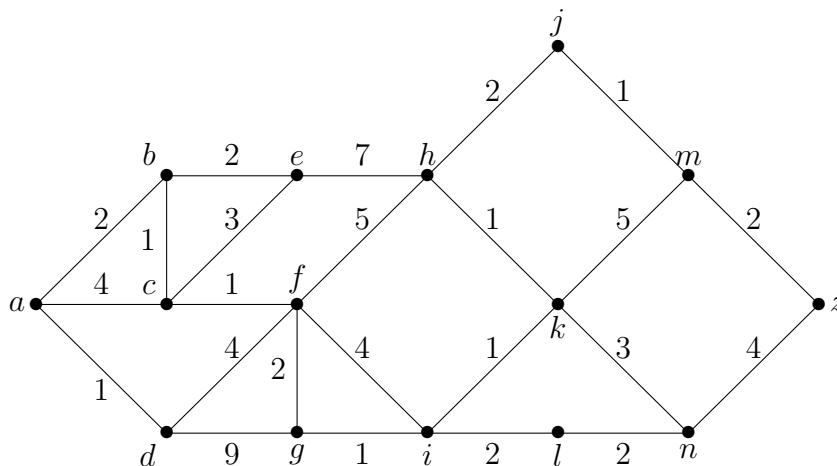
for $n \geq 2$, med initialbetingelsene $a_0 = 3$ og $a_1 = 6$.

Oppgave 2 På hvor mange måter kan 11 distinkte bøker fordeles på tre personer A , B og C , når A skal ha 6 bøker, B skal ha 3 bøker og C skal ha 2 bøker? Forklar kort hvordan du resonnerer.

Oppgave 3

- a) Finn heltallet $x \in \{1, 2, \dots, 17, 18\}$ slik at $x \equiv 2^{2^9} \pmod{19}$. Forklar din framgangsmåte.
- b) Finn antall heltall x , hvor $0 \leq x \leq 999$, slik at x er delelig med 30, men ikke delelig med 4, ikke delelig med 9 og ikke delelig med 25. Forklar framgangsmåten din.

Oppgave 4 Finn en korteste vei mellom a og z i følgende vektete graf, og bestem lengden av denne.



Figur 1: Graf til Oppgave 4

Oppgave 5 Vis ved induksjon identiteten

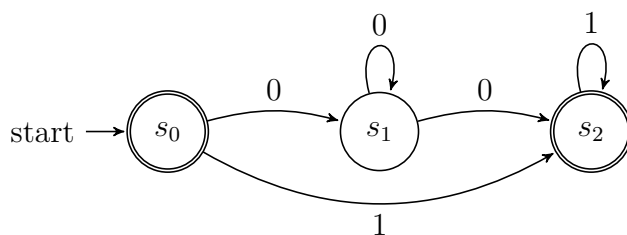
$$\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1.$$

Oppgave 6

- a) Konstruer en deterministisk eller ikke-deterministisk endelig tilstandsautomat som gjenkjenner følgende regulære språk:

$$(11)^* \cup (000 \cup 001)^*.$$

- b) Angi et regulært uttrykk for språket som gjenkjennes av den ikke-deterministiske tilstandsautomaten i Figur 2.



Figur 2: Den endelige ikke-deterministiske tilstandsautomaten til Oppgave 6 b)

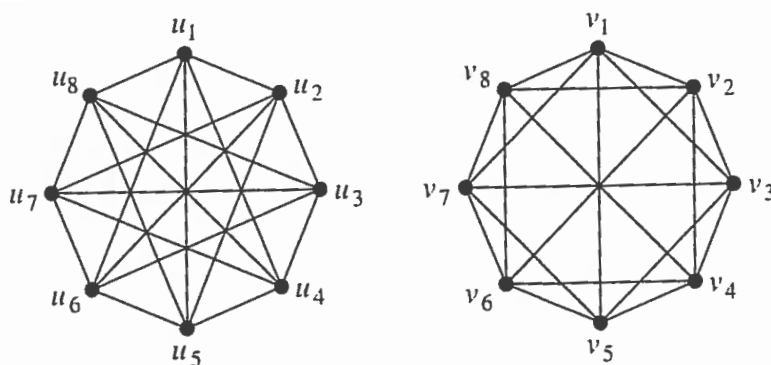
- Oppgave 7** La S være det binære språket gitt ved

$$S = \{\underbrace{0 \dots 0}_n \underbrace{1 \dots 1}_{3n} \mid n = 1, 2, 3, \dots\}.$$

Vis at det ikke finnes noen endelig tilstandsautomat M som gjenkjenner S .

(Hint: Anta ad absurdum at det finnes en slik M , og ta utgangspunkt i antall noder i M .)

- Oppgave 8** Avgjør om de to grafene i Figur 3 er isomorfe eller ikke. Gi begrunnelse.



Figur 3: Grafene til Oppgave 8