



Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4140 Diskret matematikk**

Faglig kontakt under eksamen: Christian Skau

Tlf: 73591755

Eksamensdato: august 2017

Eksamenstid (fra-til):

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C:

Bestemt, enkel kalkulator, Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ 2-sidig ☒

sort/hvit ☒ farger ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1 Vis at $n^2 - 7n + 12$ er større enn 0 når $n \geq 5$.

Oppgave 2 Finn $1 \leq x \leq 49$ slik at $x \equiv 49^{49} \pmod{50}$. Forklar ditt resonnement.

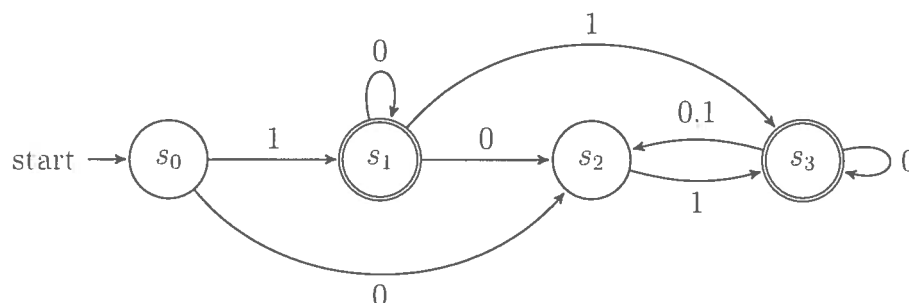
Oppgave 3 La $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være definert ved $g(x) = \lfloor \frac{x}{2} \rfloor + \frac{x}{2}$. (Her betegner $\lfloor y \rfloor$ det største hele tallet som er mindre eller lik y .) Gi en begrunnelse om komposisjonen $g \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er injektiv, henholdsvis surjektiv, eller ikke.

Oppgave 4 På hvor mange måter kan n bøker plasseres på k distinkte hyller dersom

- bøkene er ikke distinkte, dvs. de består av kopier av samme bok.
- bøkene er distinkte (altså forskjellige titler), og rekkefølgen av hvordan bøkene plasseres på hyllene skal taes i betraktning.

Oppgave 5

- Finn et regulært uttrykk for språket $L(M)$ som den ikke-deterministiske endelige tilstandsautomaten $M = (S, \{0, 1\}, f, s_0, F)$ i Figur 1 gjenkjenner.



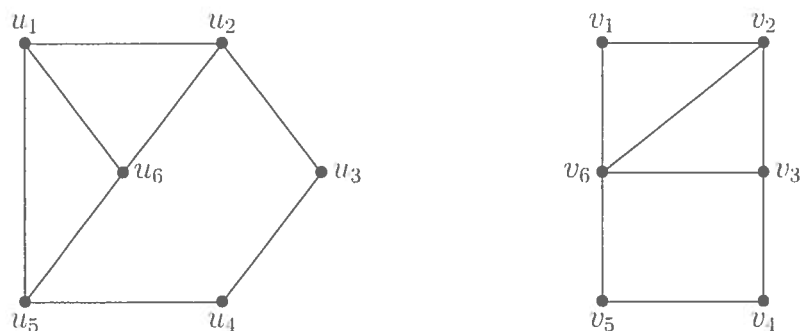
Figur 1: Den endelige ikke-deterministiske tilstandsautomaten til Oppgave 5 a)

- La $M = (S, I, f, s_0, F)$ være en deterministisk endelig tilstandsautomat. Vis at språket $L(M)$ som M gjenkjenner består av *uendelig* mange strenger over I hvis og bare hvis det finnes en streng i $L(M)$ som har lengde større eller lik antall tilstander S .

Oppgave 6 Tegn det rotfestede treet som har postfix-uttrykket

$$32 * 2 \uparrow 53 - 84 / * -$$

Oppgave 7 Gi en begrunnelse for om de to grafene i Figur 2 er isomorfe eller ikke.



Figur 2: Grafer til Oppgave 7

Oppgave 8 La universalmengden være de reelle tallene. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\neg \exists x \forall y (xy = 0)$

Alt 2) $\neg \forall x \exists y (x + y = 1)$

Alt 3) $\neg \forall x \forall y \exists z (z = \frac{x+y}{2})$

Alt 4) $\neg \forall x \exists y ((x + 2y = 2) \wedge (2x + 4y = 5))$