



Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i TMA4140 Diskret matematikk

Faglig kontakt under eksamen:

Tlf:

Eksamensdato: august 2018

Eksamenstid (fra–til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C: Bestemt, enkel kalkulator tillatt: Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270X, Hewlett Packard HP30S. Rottmann: *Matematisk formelsamling*.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 3

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ 2-sidig ☐

sort/hvit ☐ farger ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Dato

Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1 Vis ved induksjon formelen

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

for $n \geq 2$.**Oppgave 2**

- a) På hvor mange måter kan to forskjellige tall plukkes ut av $\{1, 2, 3, \dots, 50\}$ slik at summen er et partall? Begrunn svaret.
- b) På hvor mange måter kan 8 distinkte bøker fordeles på de tre studentene A, B og C, når A skal ha 4 bøker, og B og C skal ha to bøker hver? Forklar kort hvordan du resonnerer.

Oppgave 3

- a) Finn $1 \leq x < 59$ slik at

$$x \equiv 58^{5745} \pmod{59}.$$

Forklar din fremgangsmåte.

- b) Finn $1 \leq x < 30$ slik at

$$x \equiv 32^{30} \pmod{30}.$$

Forklar din fremgangsmåte.

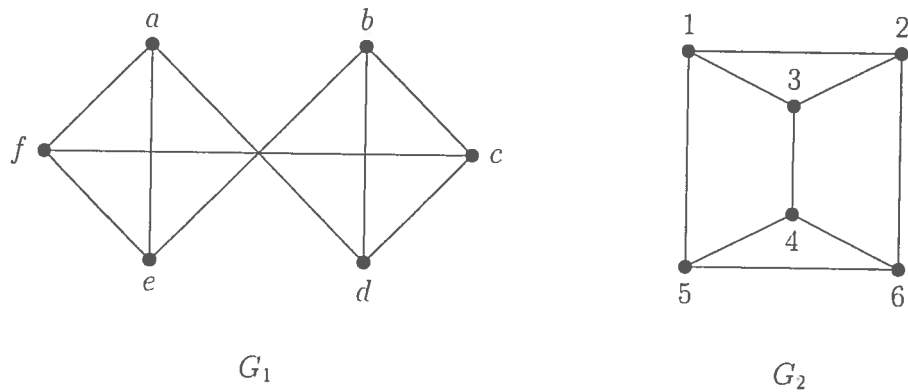
Oppgave 4

- a) La universalmengden være de hele tallene $\mathbb{Z}$. Avgjør om

$$\forall x \forall y \exists z ((x < z \leq y) \vee (y \leq z \leq x))$$

er sann eller ikke. Begrunn svaret.

- b) La $B = \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$, der $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$. La R være relasjonen på B definert ved $((a, b), (c, d)) \in R$ dersom $a + d = c + b$. Avgjør om R er en ekvivalensrelasjon eller ikke. Begrunn svaret.

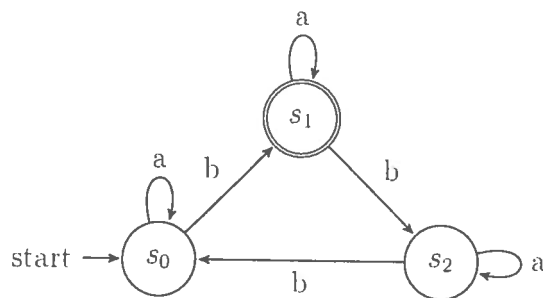


Figur 1: Grafene i oppgave 5.

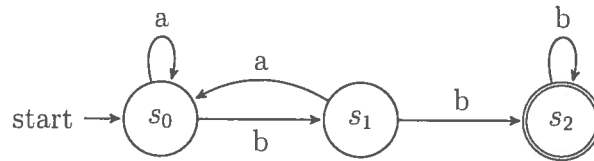
Oppgave 5 Vis eller motbevis om grafene G_1 (med nodene a, b, c, d, e, f) og G_2 (med nodene $1, 2, 3, 4, 5, 6$) i figur 1 er isomorfe eller ikke.

Oppgave 6

- La M være tilstandsautomaten i figur 2. Skriv ned et regulært uttrykk som representerer språket $L(M)$ som M gjenkjenner. Beskriv med få ord hva som karakteriserer språket $L(M)$.
- Lag en regulær grammatikk $G = (V, T, S, P)$ slik at språket $L(G)$ generert av G er lik $L(M)$, der ikke-terminalene S, A, B i V svarer til tilstandene s_0, s_1, s_2 , henholdsvis.

Figur 2: Tilstandsautomaten M i oppgave 6.

Oppgave 7 Finn et regulært uttrykk som representerer språket $L = L(M)$ som den ikke-deterministiske automaten M i figur 3 gjenkjenner.



Figur 3: Automaten M i oppgave 7.

Oppgave 8 Vis at det ikke finnes noen endelig (ikke-deterministisk) tilstands-automat $M = (S, I, f, s_0, F)$, der $I = \{0, 1\}$, slik at $L(M)$ (dvs. språket som M gjenkjenner) består av alle binære strenger med like mange 0'er som 1'ere.