1 Egenerklaring, hjemmeeksamen

Egenerklæring
Jeg erklærer herved at besvarelsen som jeg leverer er mitt eget arbeid og

- ikke inneholder andres arbeide uten at dette er oppgitt.
- ikke inneholder eget tidligere arbeide uten at dette er oppgitt.
- ikke har vært brukt i en annen eksamen eller vært levert eller publisert ved en annen utdanningsinstitusjon innenlands eller utenlands.
- at litteraturlisten/referanselisten inneholder all litteratur og alle kilder jeg har brukt i besvarelsen og at alle referansene viser til denne listen.

Jeg er kjent med at brudd på disse bestemmelsene er å betrakte som fusk, som fører til annullering av eksamen og opptil ett års utestengelse fra studier.

Dersom du er usikker på om du kan stille deg bak erklæringen, se retningslinjer for bruk av kilder i skriftlige arbeider ved Universitetet i Bergen og eventuelt ta kontakt med din veileder/emneansvarlig.

Alle innleveringene dine ved UiB kan bli sendt til elektronisk plagiatkontroll.

Merk: Det er ikke anledning til å levere besvarelser som ikke oppfyller kravene i egenerklæringen.

○ Jeg samtykker

Maks poeng: 0

2 Kontaktinformasjon

Dersom det er noen spørsmål under eksamen kan de stilles under diskusjoner på mitt.uib, og vil bli besvart der:
https://mitt.uib.no/courses/22974/discussion_topics/166212
Om noe ikke kan skrives der, kan du nå meg på erlend.storvik@uib.no, eller på 93644984, men regn med å bli henvist til diskusjoner på mitt.uib dersom det er rimelig.

Dersom det er noe teknisk med prøven, for eksempel problemer med tilgang, kan du kontakte studieveileder@math.uib.no.

○ Jeg har lest og forstått.

Maks poeng: 0

3

Oppgave 1

Alle reelle tall er også komplekse tall

Velg et alternativ

- Usant
- Sant

Dersom polynomet $p(x)$ er av grad 5, hvor mange komplekse røtter har det (inkludert multiplisitet)?

Velg ett alternativ

- Det kan vi ikke vite
- 5
- 1
- 4

Hvor mange reelle røtter har polynomet $p(x) = 3x^2 + 1$

Velg ett alternativ

- 3
- 1
- 2
- 0

Hva er de komplekse røttene til $p(x) = 3x^2 + 1$?

Velg ett alternativ

- $i \text{ og } -i$
- $\frac{i}{\sqrt{3}} \text{ og } \frac{-i}{\sqrt{3}}$
- $\frac{i}{3} \text{ og } \frac{-i}{3}$
- $3i \text{ og } 0$

La z være et komplekst tall og $a = arg(z)$, hva kan du da si om $b = arg(2z)$?

Velg ett alternativ

- $b = a + \pi$
- $b = a/2$
- $b = 2a$
- $b = a$

Maks poeng: 10

4
Oppgave 2

Finn alle komplekse tall som oppfyller ligningen $z^3 + 27 - 27i = 0$. Skriv svarene på polar form.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

5
Oppgave 3

Vis likheten $\lim_{x\to 4}\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 4\right) = 4$ ved hjelp av ε/δ-definisjonen for grenseverdier.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

6

Oppgave 4

La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en kontinuerlig funksjon. La

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)\ dt & \textbf{hvis } x \neq 0 \\ f(0) & \textbf{hvis } x = 0 \end{cases}$$

(a) Avgjør om g er kontinuerlig.

(b) Vis at hvis f er voksende, så vil $g(x) \leq f(x)$ for alle $x \geq 0$.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

7

Oppgave 5

Betrakt funksjonen $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2$.

(a) Finn det største intervallet som inneholder $x = 1$ hvor f er inverterbar.

(b) Vis at dette intervallet også inneholder et nullpunkt for funksjonen f.

Vi ønsker nå å finne dette nullpunktet ved hjelp av Newtons metode.

(c) Lag en skisse av funksjonen $f(x)$ på intervallet $x \in \left[0, \frac{3}{2}\right]$, og bruk den til å forklare hvorfor $x_0 = \frac{3}{2}$ er en egnet startverdi for Newtons metode.
Hint: Betrakt krumningen og stigningen til funksjonen, og skisser hvordan Newtons metode finner nullpunkter.

(d) Utfør ett steg av Newtons metode med startverdi $x_0 = \frac{3}{2}$.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

8

Oppgave 6

Beskriv kort trapesregelen, som brukes for å finne tilnærmet verdi til et bestemt integral.

Skriv ditt svar her...

Beskriv kort Simpsons metode for å finne tilnærmet verdi til et bestemt integral.

Skriv tekst her

Er det alltid bedre å bruke Simpsons metode enn trapesregelen? Forklar.

Skriv tekst her

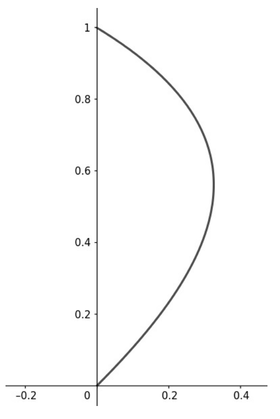
Maks poeng: 10

9

Oppgave 7

Betrakt kurven $x = y(h-y)e^{0{,}5y}$ for $0 \leq y \leq h$, der $h > 0$ er en parameter. Når denne kurven roteres om y-aksen gir den skallet til en ballong med høyde h.

(a) La $h = 1$. Finn en tilnærming til ballongens volum ved å bruke trapesregelen på en uniform partisjon av intervallet [0,1] med 4 delintervaller.



(b) Vi blåser opp ballongen med en hastighet på $0{,}02$ liter per sekund. Hvor fort øker ballongens høyde når $h = 0{,}5$?

Du kan bruke at $\int_0^{0{,}5} y^2 e^y \; dy \approx 0{,}06$ og $\int_0^{0{,}5} y^3 e^y \; dy \approx 0{,}02$.

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

10

Oppgave 8

Det uekte integralet $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}\,dx$ konvergerer.

Velg et alternativ

- Usant
- Sant

Integralet $\int_0^1 \frac{1}{\cos(x)}\,dx$ er et uekte integral.

Velg et alternativ

- Usant
- Sant

Integralet $\int_1^2 \ln(x-1)\,dx$ er et uekte integral.

Velg et alternativ

- Usant
- Sant

Hvilken av de følgende funksjonene har $p(x) = x$ som førstegrads Taylorpolynom om $x = 0$?

Velg ett alternativ

- $f(x) = x^2$
- $g(x) = \sin(x)$
- $k(x) = x + 1$
- $h(x) = \ln(x + 2)$

Hva er andregrads Taylorpolynom til funksjonen e^{2x} om $x = 0$?

Velg ett alternativ

- $1 + 2x + 2x^2$
- x^2
- $(1 + x + \frac{x^2}{2})^2$
- $2(1 + x + \frac{x^2}{2})$

Maks poeng: 10

11

Oppgave 9

I et fiktivt land, hvor det bor 10 millioner innbyggere, er et virus på avveie. Landet bestemmer seg for å ikke sette i gang tiltak for å begrense smittespredningen. Vi antar at vi følger en logistisk vekstmodell og beskriver derfor antallet smittede y ved tiden t gjennom differensialligningen

$$\frac{dy}{dt} = ay(K-y),$$

der a og K er positive konstanter. Anta at når 70 % av befolkningen er smittet, så vil ikke viruset klare å spre seg mer. Ved tiden $t = 0$ er det 5 smittede i landet og etter 30 dager er det 5000 smittede.

(a) Løs ligningen og finn et uttrykk for $y(t)$.

(b) Hvor lang tid tar det før 69 % av befolkningen er smittet om vi følger vår modell?

Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er **2 GB**.

Velg fil for opplasting

Maks poeng: 10

12

Andre kommentarar

Hvis det er andre bemerkninger til oppgavene du ønsker å ha med i din besvarelse kan du legge dette til her. Dette kan være kommentarer til flervalgsoppgavene eller andre presiseringer. Om du ikke har noen kommentarer, kan du la dette feltet stå ubesvart.

Skriv ditt svar her...

Maks poeng: 0