i Introtekst MAT121 V18

Eksam MAT121 - Lineær algebra, V 2018

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, i samsvar med fakultetes regler.

Svar gjerne med tekst i bokser der det er svarboks og vedlegg ark for mellomregning der det skulle være nødvendig.
Alle svar må begrunnes slik at fremgangsmåten for besvarelsen er tydelig.

Oppgaver 1-6 gir tilsammen 35 poeng som tilsvarer 100% skår.
Bevisoppgave 7 er frivillig og gir ekstra poeng.

1 MAT121V18 Ligningssystemer, eksistens og entydighet

Betrakt ligningssystemet

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

der

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & a \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \\ -b-2 \end{bmatrix}$$

1. Regn ut trappeformen til den augmentert matrise $[A \mid \mathbf{b}]$ (1p)
2. For hvilke verdier av parametrene a, b har systemet: (3p)

- ingen løsning
- uendelig mange løsninger
- éntydig løsning

3. Finn den generelle løsning av systemet når for verdiene av a, b som gir uendelig mange løsninger. (1p)

1. $\left[\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & -2 & a & -b-2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & a & -b+8 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 8 & a & -b \end{array}\right] \sim$

$R_1 \leftrightarrow R_2$
$R_3 \to R_3 - R_1$
$R_4 \to R_4 + 2R_1$

$R_3 \to R_2 + 2R_2$
$R_4 \to R_4 - 4R_2$

$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & a-4 & -b+4 \end{array}\right]$

$R_4 \to R_4 + 2R_3$

2. Ingen løsn: $a = 4, b \neq 4$
∞-mange løsn: $a = 4, b = 4$
entydig løsn: $a \neq 4$

3. $a = 4, b = 4$

x_4 fri, x_1, x_2, x_3 bundne

$4x_3 + 2x_4 = -2 \Rightarrow x_3 = \frac{1}{4}(-2 - 2x_4) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_4$

$x_2 - 2x_3 = 2 \Rightarrow x_2 = 2 + 2x_3 = 2 - 1 - x_4 = 1 - x_4$

$x_1 = 5 - 2x_2 - x_3 = 5 - 2 + 2x_4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_4 = \frac{7}{2} + \frac{5}{2}x_4$

$\underline{x} = \begin{bmatrix} 7/2 \\ 1 \\ -1/2 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 5/2 \\ -1 \\ -1/2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Skriv ditt svar her eller bruk vedlegg

Format

Words: 0

Maks poeng: 5

2 MAT121V18 Nulrom, Kolonnerom

Matrisen A er det samme som i forrige oppgave:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & a \end{bmatrix}$$

1. For hvilke verdi av a er Nul A et ikke-trivielt underrom av $\mathbb{R}^4$? Finn deretter en basis og oppgi dimensjonen. (2p)
2. Hva er rank A når $a = 4?$ Oppgi en basis for kolonnerommet Col A (2p)
3. Regn ut det A når $a = 4$ og $a = 0$ (2p)

1. $a = 4$. basis $= \mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 5/2 \\ -1 \\ -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, dim Nul $A = 1$

2. Rank A = dim Col A

rangteoremet : dim Nul A + rank $A = 4$

$\Rightarrow$ rank $A = 3$

basis $= \{\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3\}$ pivot kolonner til A

3. $a = 4 \Rightarrow \det A = 0$ (siden A ikke full rank, cfr. invertible matrix thm).

$a = 0 \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (-2)(-1) \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}}_{=0} + 2(-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = -4 \cdot 4 = \underline{\underline{-16}}$

Skriv ditt svar her eller bruk vedlegg

Format B I U x_2 x^2 I_x Ω Σ

Words: 0

Maks poeng: 6

3 MAt121V18 Transformasjoner og ortogonale komplementer

Betrakt en lineær transformasjon $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ slik at:

$$T(\mathbf{e}_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad T(\mathbf{e}_2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T(\mathbf{e}_3) = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad T(\mathbf{e}_4) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

1. Oppgi standardmatrisen til transformasjonen. (1p)
2. Sammenlign standardmatrisen med matrisene i forrige oppgaver. Er transfomasjon på, én-til-én, både på og én-til-én eller ingen av delene? Forklar. (1p)
3. Betrakt underrommet $W = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid T(\mathbf{x}) = 0\}$. Finn den ortogonale komplementet $W^\perp$ (2p).

   Eventuelt, bruk $W = \mathrm{Span}\left\{ \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$. (1p)

1. $T = [T(\underline{e}_1)\ T(\underline{e}_2)\ T(\underline{e}_3)\ T(\underline{e}_4)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

2. Matrisen er det samme som i Opg 1 for $a = 4$. Den er rank deficient dermed hverken én-til-én eller på. (Se også "Invertible matrix thm")

3. $W = \mathrm{Nul}\, A$, $a = 4$

$W^\perp = \left\{ \underline{x} \mid \underline{x} \perp \begin{bmatrix} 5/2 \\ -1 \\ -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = \left\{ \underline{x} \mid \frac{5}{2}x_1 - x_2 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 = 0 \right\} = \mathrm{Nul}\, B$

der $B = [5\ \ -2\ \ -1\ \ 2]$

$B\underline{x} = \underline{0}$ $\quad x_2, x_3, x_4$ fri $\quad x_1 = \dfrac{2x_2 + x_3 - 2x_4}{5}$

$\underline{x} = x_2 \begin{bmatrix} 2/5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 1/5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} -2/5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Skriv ditt svar her eller bruk vedlegg

$$W^{\perp} = \text{Span}\left\{ \begin{bmatrix} 2/5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1/5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2/5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Words: 0

Maks poeng: 4

4 MAT121V18 Egenverdier, egenvektorer, kvadratiske former

Gitt en vektor $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$, vi konstruerer matrisen $A = \mathbf{u}\mathbf{u}^T$

1. Uten å regne ut egenverdier og egenvektorer, forklar hvorfor A er ortogonalt diagonaliserbar. (1p)
2. Vis at $\mathbf{u}$ er en egenvektor av A. Hva er egenverdien? (1p)
3. Vis at en hvilkårlig vektor $\mathbf{v} \perp \mathbf{u}$ er også egenvektor av A. Hva er egenverdien? (1p)
4. Regn ut alle egenverdier og egenvektorer av A. (3p)
5. Oppgi en ortogonal diagonalisering $A = PDP^T$. (1p)
6. Oppgi en kvadratisk form $Q(\mathbf{x})$ som har matrisen Aovenfor som matrise og oppgi en variabelskifte som transformerer formen til en ny form uten kryssledd. Hva er formen uten kryssledd? (2p)

1. $\underline{\underline{A^T}} = (\underline{u}\,\underline{u}^T)^T = \underline{u}\,\underline{u}^T = \underline{\underline{A}} \Rightarrow A$ er symmetrisk dermed ort. diagonaliserbar.

2. $A\underline{u} = \underline{u}\,\underline{u}^T\underline{u} = \underline{u}\,\|\underline{u}\|^2 = \lambda\,\underline{u}$ der $\lambda = \|\underline{u}\|^2 = 1+4+1 = 6$

3. $\underline{v} \perp \underline{u} \iff \underline{v}^T\underline{u} = \underline{u}^T\underline{v} = 0$

$A\underline{v} = \underline{u}(\underline{u}^T\underline{v}) = 0\,\underline{u} \Rightarrow \lambda = 0$

4 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & +4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ $A - \lambda I = \begin{bmatrix} 1-\lambda & -2 & 1 \\ -2 & +4-\lambda & -2 \\ 1 & -2 & 1-\lambda \end{bmatrix}$ $\det(A-\lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -2 & 1 \\ -2 & 4-\lambda & -2 \\ 1 & -2 & 1-\lambda \end{vmatrix} =$

$= (1-\lambda)\begin{vmatrix} 4-\lambda & -2 \\ -2 & 1-\lambda \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 4-\lambda \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = (1-\lambda)\big((4-\lambda)(1-\lambda)-4\big) + 2\big(-2(1-\lambda)+2\big) + \big(+4-(4-\lambda)\big) =$

$= (1-\lambda)(\cancel{4} - 5\lambda + \lambda^2 - \cancel{4}) + 2(\cancel{-2} + 2\lambda + \cancel{2}) + \lambda = (1-\lambda)(-5\lambda + \lambda^2) + 4\lambda + \lambda = -\lambda^3 + \lambda^2 + 5\lambda^2 - \cancel{5\lambda} + \cancel{5\lambda} =$

$= -\lambda^3 + 6\lambda^2 = \underline{\underline{\lambda^2(6-\lambda)}}$ $\lambda = 0$ alg. mult 2

$\lambda = 6$ " " 1

egenvektorne: $\lambda = 6$: $\underline{u}$ u

$\lambda = 0$: $\underline{u}^T\underline{v} = 0$ $x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 2x_2 - x_3$ generell løsn: $\underline{v} = x_2 \overset{v_2}{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}} + x_3 \overset{v_3}{\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$

Skriv ditt svar her

5. $\underline{v_1} \perp \underline{v_2}, \underline{v_3}$ $\qquad \underline{v_3}\cdot\underline{v_2} = -2, \quad \underline{v_2}\cdot\underline{v_2} = 5$

$v_2 \not\perp v_3 \Rightarrow$ ortogon. m/ GS.

$$\tilde{v}_3 = v_3 - \frac{v_3\cdot v_2}{v_2\cdot v_2} v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{5}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -1/5 \\ 2/5 \\ 1 \end{bmatrix}}}$$

normalisering:

$$\underline{\tilde{u}_1} = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}_3 = \sqrt{\frac{5}{6}}\begin{bmatrix} -1/5 \\ 2/5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P = [\,\underline{\tilde{u}_1}, \ \underline{\tilde{u}_2} \ \underline{\tilde{u}_3}\,] \qquad D = \begin{bmatrix} 6 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

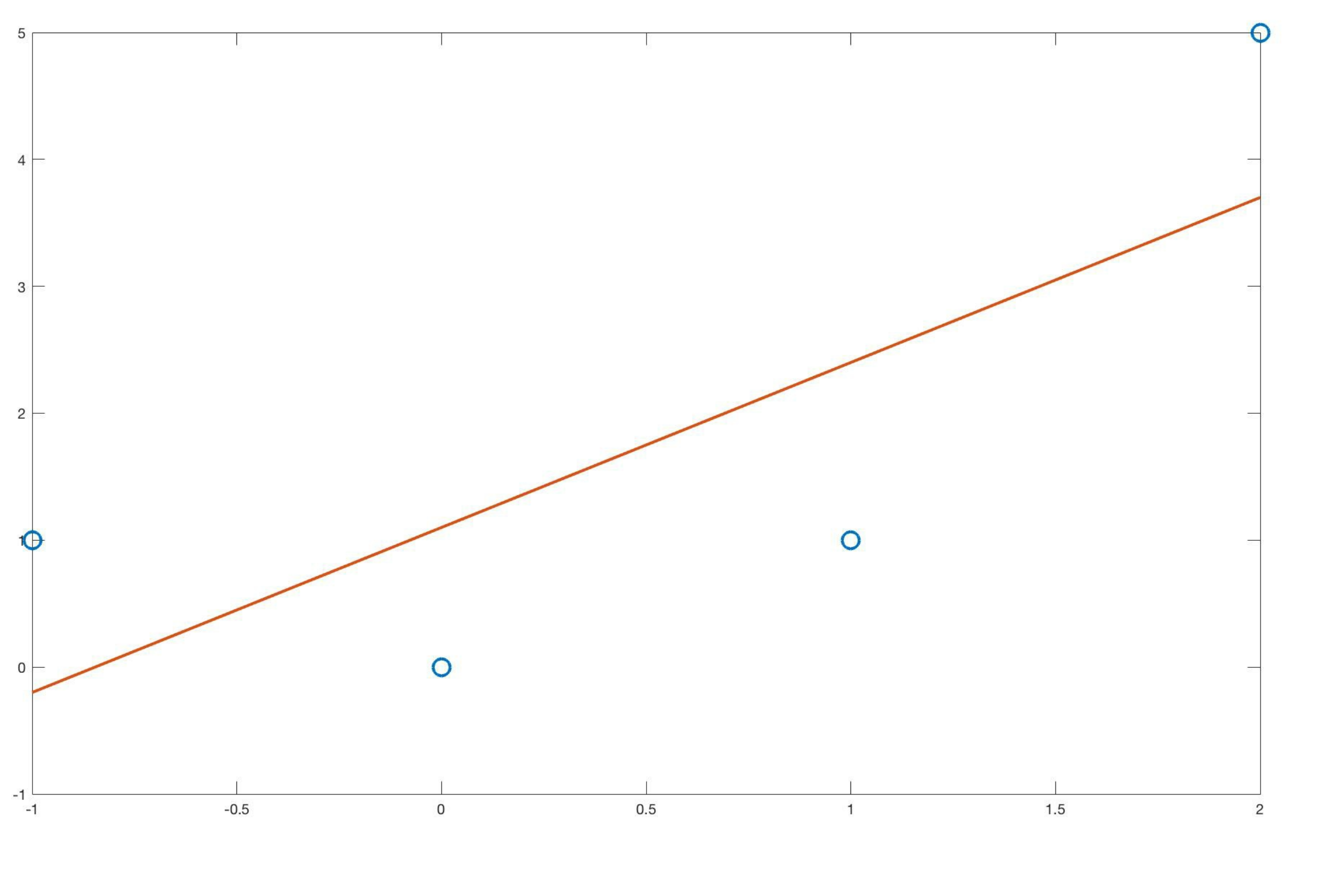
6. $Q(\underline{x}) = \underline{x}^T A \underline{x} = \underline{\underline{x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 - 4x_2x_3 + x_3^2}}.$

variabelskifte: $\underline{y} = P^T\underline{x}$. Formen uten kryssledd blir $Q(\underline{y}) = \underline{\underline{6y_1^2}}$.

Words: 0

Maks poeng: 9

5 MAT121V18 Minste kvardater



1. Finn linjen $y(x) = a + bx$ som best tilpasser punkt i planet med følgende koordinater:

x	y
-1	1
0	0
1	1
2	5

(5p)

2. Bruk linjen du fant til å estimere $y(10)$. (1p)

Skriv ditt svar her

Format B I U x_2 x^2 I_x Ω Σ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{Norm. lign: } A^T A \underline{x} = A^T \underline{b} \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \quad A^T \underline{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix} \implies a = \frac{11}{10}, \quad b = \frac{13}{10}$$

$$2.\ y(x) = a + bx \qquad y(10) = \frac{11}{10} + \frac{13}{\cancel{10}} \cdot \cancel{10} = 13 + 1.1 = \underline{\underline{14.1}}$$

Words: 0

Maks poeng: 6

6 MAT121V18 Basis og basissskifte

Betrakt underromet $V \subset \mathbb{R}^4$, $V = \mathrm{Span}\{\mathbf{b_1}, \mathbf{b_2}, \mathbf{b_3}\}$, med basis $\mathcal{B} = \{\mathbf{b_1}, \mathbf{b_2}, \mathbf{b_3}\}$, der:

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

1. Oppgi vektoren $\mathbf{x} = \mathbf{b}_1 - 2\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_3$. (1p)
2. Finn $[\mathbf{x}]_\mathcal{B}$ ($\mathcal{B}$-koordinatene til vektoren $\mathbf{x}$). (1p)
3. Gitt en ny basis, $\mathcal{C} = \{\mathbf{c_1}, \mathbf{c_2}, \mathbf{c_3}\}$, der

$$\mathbf{b_1} = \mathbf{c_2} + \mathbf{c_3}$$
$$\mathbf{b_2} = \mathbf{c_2} - \mathbf{c_3}$$
$$\mathbf{b_3} = \mathbf{c_1} - \mathbf{c_2}$$

finn basisskiftmatrisen $\mathcal{P}_{\mathcal{C}\leftarrow\mathcal{B}}$. (2p)

4. Regn ut $[\mathbf{x}]_\mathcal{C}$ ($\mathcal{C}$-koordinatene til vektoren $\mathbf{x}$). (1p)

$$1.\ x = \begin{bmatrix} 0 - 2 + 2 \\ 1 - 4 - 1 \\ 1 + 0 - 1 \\ -2 + 0 + 2 \end{bmatrix} \to \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}}$$

$$2.\ [\underline{x}]_\mathcal{B} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}}}$$

$$3.\ \underset{\mathcal{C}\leftarrow\mathcal{B}}{\mathcal{P}} = \left[[\underline{b}_1]_\mathcal{C} \ [\underline{b}_2]_\mathcal{C} \ [\underline{b}_3]_\mathcal{C} \right] = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}}}$$

$$4.\ [\underline{x}]_\mathcal{C} = \underset{\mathcal{C}\leftarrow\mathcal{B}}{\mathcal{P}} [\underline{x}]_\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}}}$$

Skriv ditt svar her

Format

Words: 0

Maks poeng: 5

7 Bevisoppgave: Gauss-Legendre

Betrakt vektorromet $\mathbb{P}_2$ av polynomer av grad høyest 2 i $x \in [0, 1]$.

Hvis $p_1(x)$ og $p_2(x)$ er to polynomer i $\mathbb{P}_2$, man kan definere skalarproduktet:

(1) $\quad \langle p_1(x), p_2(x) \rangle = \int_0^1 p_1(x) p_2(x) dx$

Siden $\int_0^1 x^{r_1} x^{r_2} dx = \frac{1}{r_1 + r_2 + 1}$, om vi bruker basisen $\mathcal{B} = \{1, x, x^2\}$, skalarproduktet ovenfor er det samme som:

(2) $\quad \langle p_1(x), p_2(x) \rangle = [p_1]_{\mathcal{B}}^T \, A \, [p_2]_{\mathcal{B}}^{\cancel{T}}$ liten skrivefeil i teksten.

der A er en symmetrisk (og positiv definert) matrise.

1. Finn matrisen A
2. Bruk (2) til å regne ut skalarproduktet $\langle 1, x \rangle$ og $\langle 1, -\frac{1}{2} + x \rangle$. Vis dermet at polynomene 1 og x ikke er ortogonale mht dette skalarproduktet, mens polynomene 1 og $-\frac{1}{2} + x$ er ortogonale.
3. Denne skalarproduktet kan brukes på samme måte som vanlig skalarproduktet til f.eks. ortogonalisering. Bruk den til å ortogonalisere $1, x, x^2$.

Fakta: Polynomene som du finner i oppgaven er kjent som *Gauss-Legendre ortogonale polynomer* mht vektfunskjon $\omega(x) = 1$. Ortogonale polynomer har mange anvendelser. Deres nullpunktene brukes bl.a. for å lage numerisk integrasjonsmetoder, numeriske metoder for diffligninger m.m.

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}$

2. $\langle 1, x \rangle = [1]_{\mathcal{B}}^T A [x]_{\mathcal{B}} = [1 \; 0 \; 0] A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \quad \left(= \int_0^1 1 \cdot x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \right)$

$[1]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; [x]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

Skriv ditt svar her

Format B I U x_2 x^2 I_x Ω Σ

$$\left[-\frac{1}{2}+x\right]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\langle 1, -1/2+x\rangle = [1\ 0\ 0]\, A \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = 0$$ dermed $1 \perp (-1/2+x)$

3\. Bruker G.S.

regnet i forrige deloppg., $= \frac{1}{2}$

$$p_1 = 1$$

$$p_2 = x - \text{proj}_1 x = x - \frac{\langle x, 1\rangle}{\langle 1, 1\rangle} 1 = x - \frac{1}{2}\cdot 1 = -\frac{1}{2}+x$$

$$\langle 1,1\rangle = [1\ 0\ 0]\, A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 1$$

$$p_3 = x^2 - \frac{\langle p_3, 1\rangle}{\langle 1, 1\rangle} 1 - \frac{\langle p_3, p_2\rangle}{\langle p_2, p_2\rangle} p_2 = x^2 - \frac{1}{3} - \frac{\cancel{1/12}}{\cancel{1/12}}\left(-\frac{1}{2}+x\right) = \frac{1}{6} - x + x^2$$

$$\langle p_3, 1\rangle = [0\ 0\ 1]\, A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}, \quad \langle p_3, p_2\rangle = [0\ 0\ 1]\, A \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{6}+\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Words: 0

$$\langle p_2, p_2\rangle = [-1/2\ \ 1\ \ 0]\, A \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1/12$$

Maks poeng: 10

Ortogonal basis:

$$\mathcal{C} = \left\{1, -1/2+x, \frac{1}{6} - x + x^2\right\}$$

8 Delvispoeng fra obligene

Du trenger ikke gjøre noe med denne deloppgave. Dette er laget for å kunne evt. føre resultatene fra obligen i INSPERA.

Maks poeng: 10