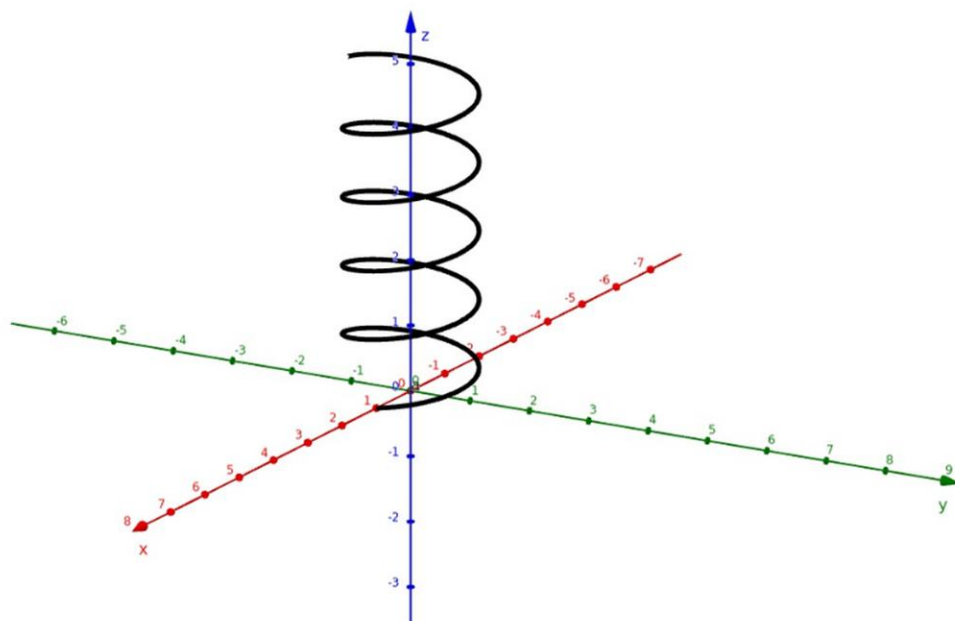


1 Betrakt kurva (orientert frå bunn mot topp)



Kva er sant om krumninga til kurva?

Vel eitt alternativ

- ☐ Ho aukar for aukande z
- ☐ Ho er konstant
- ☐ Ho er negativ
- ☐ Ho er lik 0

Kva er sant om torsjonen til kurva?

Vel eitt alternativ

- ☐ Han endrar seg avhengig av kvar vi er i x,y -planet, men er konstant i z -retning
- ☐ Han er konstant
- ☐ Han aukar for aukande z
- ☐ Han er lik 0

Kva er sant om binormalvektoren $\hat{\mathbf{B}}$ til kurva?

Vel eitt alternativ

- ☐ Han endrer fortekn for kvar heile runde om z -aksen.
- ☐ Han endrar fortekn for kvar halve runde om z -aksen.
- ☐ Han peiker i positiv z -retning.
- ☐ Han peiker i negativ z -retning.

Kva er eit passende uttrykk for ein parametrisering av kurva?

Vel eitt alternativ

- ☐ $\mathbf{r}(t) = [\cos(at), \sin(at), e^t]$
- ☐ $\mathbf{r}(t) = [\cos(bt), \sin(at), bt]$
- ☐ $\mathbf{r}(t) = [\cos(at), \sin(at), bt]$
- ☐ $\mathbf{r}(t) = [at^2, at^2, bt]$

Kan kurva skrivast som ein funksjon $z(x,y)$?

Vel eitt alternativ

- ☐ Usant
- ☐ Sant

- 2 I denne oppgaven betrakter vi ligningen $(x + y + z)^2 + \sin(x + y) + \cos(\pi z) = 0$.

Vis at $\mathbf{x}$ kan beskrives som en funksjon av $\mathbf{y}$ og $\mathbf{z}$ i en omegn av punktet $(0, 0, 1)$.

Finn en normalvektor til flaten $\mathbf{x}(\mathbf{y}, \mathbf{z})$.

Finn lineariseringen (1. ordens Taylor-utvikling) til $\mathbf{x}(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ i en omegn av punktet $(0, 0, 1)$.

- 3 Polarkoordinatar uttrykkast som oftast med transformasjonen

$$\mathbf{x} = r \cos \theta$$

$$\mathbf{y} = r \sin \theta$$

Angi Jacobideterminantane som høyrer til transformasjonen og den inverse transformasjonen (du treng ikkje vise utrekninga)

$$\left| \frac{\partial(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\partial(r, \theta)} \right| = \text{[input box]}$$

$$\left| \frac{\partial(r, \theta)}{\partial(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \right| = \text{[input box]}$$

- 4 Løys dobbeltintegralet:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{y}{x^2+y^2} dy dx$$

Forklar med ord korleis integrasjonsområdet ser ut

- 5 Vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y)$ er deriverbart i alle punkt i planet. Anta vidare at $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$ for alle moglege stykkevis glatte, enkelt samanhengande, lukka kurvar C i planet. Vurder om påstandane under er sanne eller usanne?

Om $\mathbf{a}$ og $\mathbf{b}$ er to punkt i planet knytt saman av kurva C_1 , så finnast ein skalarfunksjon $g(x, y)$ slik at $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = g(\mathbf{a}) - g(\mathbf{b})$.

- ☐ Usant
☐ Sant

$\mathbf{F}$ er eit konservativt vektorfelt.

- ☐ Usant
☐ Sant

Det finnast ein skalarfunksjon $g(x, y)$, slik at $\mathbf{F}(x, y) = \nabla g(x, y)$

- ☐ Sant
☐ Usant

z-komponenten til curlen til $\mathbf{F}$ er 0

- ☐ Sant
☐ Usant

x-komponenten til curlen til $\mathbf{F}$ er 0

- ☐ Usant
☐ Sant

- 6 Vi granskar vektorfeltet $\mathbf{F} = [3y + 2x \cos(x^2), 3x]$
Angi om påstandane under er sanne eller usanne.

$g(x, y) = 3y + 2x \cos(x^2) + 3x$ er ein potensialfunksjon til $\mathbf{F}$

- ☐ Usant
☐ Sant

$g(x, y) = 3xy + \sin(x^2) + 5$ er ein potensialfunksjon til $\mathbf{F}$

- ☐ Usant
☐ Sant

$\mathbf{F}$ er eit konservativt felt, men har likevel ikkje ein potensialfunksjon

- ☐ Sant
☐ Usant

$\mathbf{F}$ har ein potensialfunksjon, men det vil ikkje vere måleg å finne han ved hjelp av rekning

- ☐ Usant
☐ Sant

$\mathbf{F}$ er ikkje konservativt og har difor ikkje nokon potensialfunksjon

- ☐ Sant
☐ Usant

7

Vi granskar igjen vektorfeltet $\mathbf{F} = [3y + 2x \cos(x^2), 3x]$

Vi let $\mathcal{C}$ vere kurva sett saman av dei to rette linjestykkane $\mathcal{C}_1$ frå punktet (0,0) til (100,0) og $\mathcal{C}_2$ frå punktet (100,0) til (0,1).

Rekn ut $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ ved å løyse eit egna integral.

Om $\mathbf{F}$ har ein potensialfunksjon, rekn ut $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ ved hjelp av denne, eller forklar kvifor dette ikkje lar seg gjere.

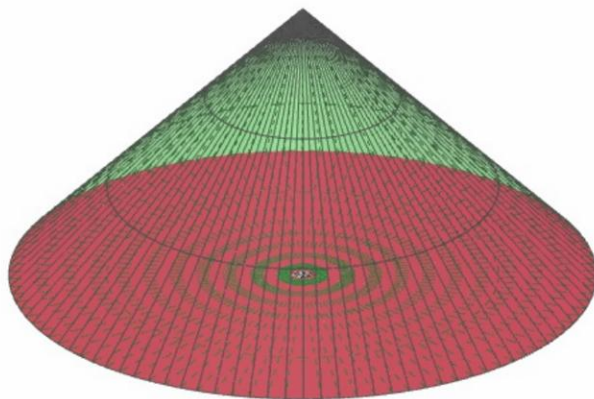
8 Kva er riktig formulering av resultatet i Stoke sitt teorem?

Vel eitt alternativ (Du vil her ikkje kunne få minuspoeng for feil svar)

- ☐ $\int_{\partial D} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_D \frac{\partial F_1}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial x} dS$
☐ $\int_{\partial D} \frac{\partial F_2}{\partial y} - \frac{\partial F_1}{\partial x} d\mathbf{r} = \iint_D \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$
☐ $\int_{\partial D} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_D \text{curl}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{N} dS$
☐ $\int_{\partial D} (\nabla \cdot \mathbf{F}) d\mathbf{r} = \iint_D \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$

9 Forklar relasjonen mellom Stoke sitt og Green sitt teorem (For full poengutteljing må ein vise relasjonen matematisk):

10 I figuren under blir den grøne kjegla kalla D_1 og den raude disken (sirkulære flata) D_2 . Forklar kvifor $\iint_{D_1} \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{D_2} \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ for vilkårlege glatte vektorfelt $\mathbf{F}$, når dei to flatane er orientert på ein høveleg måte.



11

$\mathcal{S}$ er flata gitt ved $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 9, z \geq -\sqrt{5}\}$.

Vi granskar vektorfeltet gitt ved $\mathbf{F} = \left(-x^2y - \frac{y^3}{3}\right)\mathbf{i} + e^z\mathbf{j} - \cos(x)\sin(y)\tan(z)\mathbf{k}$.

Rekn ut $\iint_{\mathcal{S}} \text{curl}(\mathbf{F}) \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$.

Vel orienteringa til flata slik at $\hat{\mathbf{N}}$ aldri peiker mot origo.

12 Forklar på kva måte divergensteoremet kan nyttast til å rekne ut volumet av lekamar ved hjelp av fluksintegralar.

- 13 E er den fylte ellipsoiden $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$. Massetettleiken til den fylte ellipsoiden er konstant og gitt ved $\rho(x, y, z) = \frac{1}{\pi}$.

Skisser ellipsoiden og berekn massen.