Eksamen i ECON1100, høst 2020 *

Oppgave 1 av 5 (20 av 100 poeng)

Finn de førsteordens partiellderiverte til følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter:

a) $f(x) = x^2 + \frac{1}{3}x^4 + 2$

b) $z(x) = \frac{\ln(x)}{(x+1)}$

c) $h(x) = a^{x^b}$

d) $F(x, y) = e^x \ln(xy)$

e) $G(x, y) = \frac{xy+5}{x^2 y}$

f) $H(x, y) = 2u + g(u, v)$, der $u = x^2 + y^2$, $v = x - y$ og $g(u, v)$ er en vilkårlig, ukjent funksjon. Sett inn for u og v i uttrykkene for de deriverte.

Oppgave 2 av 5 (25 av 100 poeng)

Er følgende sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

a) Dersom $El_x f(x) = 1$ og $El_x g(x) = 1$, så er $El_x \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) > 0$.

b) $\ln(e^x) = e^{\ln(x)}$

c) Funksjonen $U(x, y) = c \cdot (a_1 x^\alpha + a_2 y^\alpha)^{\gamma/\alpha}$ er homogen av grad γ/α.

d) Dersom $f''(x) = 0$ i hele definisjonsområde vil $f'(x)$ være konstant.

e) Anta at funksjonene $g(x)$ og $h(x)$ er to ganger deriverbare, og at x_0 er et indre punkt i definisjonsmengdene. Anta videre at $g(x)$ er i et globalt maksimum når $x = x_0$, og at $h(x)$ er i et globalt minimum når $x = x_0$. Da er $z(x) = g(x) - h(x)$ i et globalt maksimum når $x = x_0$.

---

*Merk: Det er gjort enkelte notasjonsmessige endringer etter eksamen, for å tydeliggjøre. Dette for å gjøre det enklere for fremtidige studenter.

Oppgave 3 av 5 (12,5 av 100 poeng)

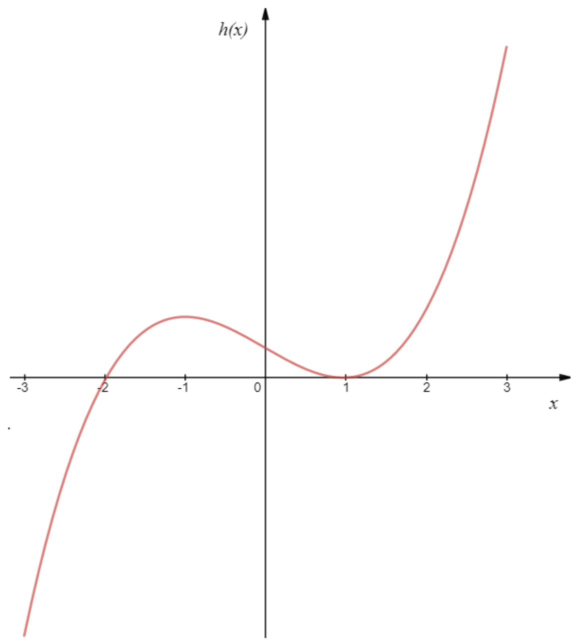
a) Finn differensialet til $f(x) = \sum_{n=3}^{5} g(nx)$

b) La $z(x) = x^{\alpha}$ være definert for $x > 0$. For hvilke verdier av α er $z(x)$ konkav? Begrunn svaret ditt.

c) Finn den deriverte av nivåkurven $y(x)$ definert ved likningen $f(x \cdot g(y)) = c$, der $f'(x \cdot g(y)) \neq 0$, $g'(y) \neq 0$, og c er en konstant [1].

Oppgave 4 av 5 (12,5 av 100 poeng)

Betrakt funksjonen $h(x)$ definert i intervallet $-3 \leq x \leq 3$ gjengitt i figuren under. I oppgavene nedenfor skal du finne verdier og intervaller for x ved å se på figuren.



a) For hvilke x er $h(x)$ stigende, og for hvilke x er $h(x)$ fallende?

b) Finn stasjonærpunktene til $h(x)$.

c) For hvilke x er $h(x)$ konveks, og for hvilke x er $h(x)$ konkav?

d) Finn og klassifiser de lokale og de globale ekstrempunktene til $h(x)$.

[1] Merk at $\cdot$ i uttrykket $f(x \cdot g(y)) = c$ er et gangetegn.

Oppgave 5 av 5 (30 av 100 poeng)

Betrakt maksimeringsproblemet

$$\max_{x,y} (\ln(x) + y) \quad \text{gitt at} \quad x + g(y) = m$$

der $g(y)$ er en strengt stigende og strengt konveks funksjon, og $m > 0$ er en konstant.

a) Sett opp Lagrangefunksjonen, finn førsteordensbetingelsene, og vis at $x = g'(y)$ i optimum.

b) Sett inn for x i bibetingelsen, og vis at y implisitt defineres som en funksjon av m. Finn ut om y økes eller reduseres når m økes.

c) Sett in $y = y(m)$ i uttrykket $x = g'(y)$, og finn ut om x økes eller reduseres når m økes.

Anta fra nå at $g(y) = e^y$

d) Vis at $y^*(m) = \ln(\frac{m}{2})$ i optimum, og finn $x^*(m)$. Du kan enten bruke det du fant i **a)**–**c)**, eller sette opp Lagrange-problemet på nytt.