

Oppgave 1 (av 5) (15 av 100 poeng)

Finn de førsteordens deriverte til følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter.

a) $e(x, y) = 3x^2 + 2x + 3xy$

b) $f(z) = e^{2z}5^z$

c) $g(x) = \frac{x^2-3x}{x} + 2x$

d) $h(p, q) = k(p)q + 3q^2p$, der $k(p)$ er en generell funksjon.

Oppgave 2 (av 5) (25 av 100 poeng)

Sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

- a) Den lineære approksimasjonen for funksjonen $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2$ rundt punktet $(1, 2)$ er $6x - 2y - 1$
- b) $f(x) = e^{x^2}$ har en invers gitt ved $g(y) = \sqrt{\ln(y)}$
- c) Verdimengden til funksjonen $f(x) = \ln(x)$ kan aldri bli negativ.
- d) Et stasjonærpunkt er det samme som et ekstrempunkt
- e) Helningen $(y'(x))$ til nivåkurven definert ved $x^2 - 2y^2 = u$ er $\frac{x}{y}$
- f) Funksjonen $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ har ingen ekstrempunkter
- g) Uttrykket $\frac{y^3x-y}{x-2(xy)^2}$ utgjør $\frac{dy}{dx}$ for den implisitte funksjonen $\ln(xy) = xy^2$

Oppgave 3 (av 5) (20 av 100 poeng)

En matematiker ønsker å finne eventuelle maksimums- og minimumspunkter for funksjonen gitt ved $f(x, y) = x^2 + y^3$ gitt bibetingelsen $x + \frac{y^2}{2} = 0$

- a) Sett opp Lagrange-funksjonen til problemet og finn de tilhørende førsteordensbetingelsene
- b) Løs problemet og finn eventuelle stasjonærpunkt
- c) Bestem hvilke av stasjonærpunktene som gir høyest og lavest funksjonsverdi

Oppgave 4 (av 5) (20 av 100 poeng)

Gitt funksjonen $h(x) = 3x^2 - 4x + 1$

- a) I hvilke intervaller er funksjonen voksende og avtakende?
- b) Hva er funksjonens nullpunkter?
- c) Finn en formel for funksjonens tangent i punktet $(2, f(2))$

Oppgave 5 (av 5) (20 av 100 poeng)

Betrakt funksjonen $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x$

- a) Finn eventuelle stasjonærpunkter for funksjonen
- b) Klassifiser løsningen(e) du har funnet ved å bruke andreordensbetingelsen