

# ECON1100 Eksamen Høsten 2024

## Oppgave 1 (av 5) (15 av 100 poeng)

Finn de førsteordens deriverte til følgende funksjoner med hensyn på alle variabler.

a)  $h(x, y) = 4x^3 + 5y^2 - 6xy$

b)  $q(x, y) = \sqrt{\frac{1}{y}}$

c)  $p(u, v) = v^2u + \ln(u)v^3$ , der  $\ln(u)$  er den naturlige logaritmen av  $u$ .

## Oppgave 2 (av 5) (25 av 100 poeng)

Sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

- a) Den lineære approksimasjonen for funksjonen  $f(x, y) = y^2 - 3xy + 4x$  rundt punktet  $(2, 1)$  er  $-2x + 3y + 4$ .
- b)  $g(x) = \frac{\ln(x)}{x}$  er kun definert for  $x \in (0, \infty)$ .
- c) Funksjonen  $y = \ln(x)$  har ikke et globalt minimum.
- d) Helningen til tangenten til nivåkurven definert ved  $x^2 + y^2 = 4$  i punktet  $(x, y)$  er  $-\frac{x}{y}$ .
- e) Funksjonen  $p(x) = x^{\frac{2}{3}}$  har et vendepunkt i  $x = 0$ .

### Oppgave 3 (av 5) (20 av 100 poeng)

En økonom ønsker å maksimere nyttefunksjonen gitt ved  $U(x, y) = \alpha\sqrt{x} + (1 - \alpha)\sqrt{y}$  (der  $\alpha \in (0,1)$ ) med bibetingelsen  $px + qy = 1$ .

- Sett opp Lagrange-funksjonen og utled førsteordensbetingelsene.
- Løs problemet og finn optimal etterspørsel etter vare  $x$  og vare  $y$ ,  $x^*(p, q, \alpha)$  og  $y^*(p, q, \alpha)$ . Vis at disse kan skrives som

$$y^*(p, q, \alpha) = \frac{1}{\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2 \frac{q}{p} + 1\right] q} \quad (*)$$

$$x^*(p, q, \alpha) = \frac{1}{\left[1 + \frac{p}{q} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2\right] p} \quad (**)$$

- Anta  $\alpha = \frac{1}{2}$ . Finn elastisitetene til  $y^*(p, q, \alpha)$  mhp  $p$  og  $q$ :  $El_p y^*$  og  $El_q y^*$ .

### Oppgave 4 (av 5) (20 av 100 poeng)

Gitt funksjonen  $f(x) = x^2 - 4x + 4$ :

- a) Finn intervallene der funksjonen er voksende og avtakende.
- b) Bestem funksjonens nullpunkt(er).
- c) Finn den lineære approksimasjonen til funksjonen rundt punktet  $(3, f(3))$ .

### Oppgave 5 (av 5) (20 av 100 poeng)

Betrakt funksjonen  $g(x, y) = y^3 - 3xy + 4x^2$ :

- a) Finn eventuelle stasjonærpunkter for funksjonen.
- b) Klassifiser hvert stasjonærpunkt ved hjelp av andreordensbetingelsene.