

Eksamen ECON1100 - Høst 2025

Oppgave 1 (15 poeng)

Finn de førsteordens partiellderiverte av følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter:

(a) $f(x, y) = 3x^2 + \frac{1}{2}y^4$

(b) $f(x) = a^x + x^2$, der a er en konstant

(c) $g(p, q) = \ln(p^2 + e^q)$

Oppgave 2 (20 poeng)

Sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

(a) Den lineære approksimasjonen til $f(x, y) = x^2y + y^3 - 4x$ rundt $(x_0, y_0) = (1, 1)$ er $-2x + 4y - 4$.

(b) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 4$.

(c) Funksjonen $f(x, y) = \frac{x^2y^2}{x+y}$ er ikke homogen.

(d) Funksjonen $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ har en invers gitt ved $f^{-1}(y) = g(y) = \ln\left(\frac{y}{1-y}\right)$.

Oppgave 3 (20 poeng)

Betrakt funksjonen $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$.

(a) Finn funksjonens stasjonærpunkt(er).

- (b) Hvor er funksjonen stigende og hvor er den synkende?
- (c) Klassifiser stasjonærpunktene du fant i oppgave (a).

Oppgave 4 (25 poeng)

En nyttefunksjon er gitt ved $U(x, y) = \ln(xy)$. Du kan anta $x > 0$ og $y > 0$.

- (a) Finn et uttrykk for nivåkurven $y(x)$ for et gitt nyttenivå $k > 0$.
- (b) Er nivåkurven
 - (i) Stigende eller synkende?
 - (ii) Konveks eller konkav?

Anta nå at nyttefunksjonen $U(x, y) = \ln(xy)$ representerer nytten til hele befolkningen i en økonomi. Begge godene x og y produserer klimagassutslipp. Én enhet av gode x produserer e_1 enheter utslipp, mens én enhet av gode y produserer e_2 enheter utslipp. Du har fått i oppdrag å maksimere nytte gitt at totale utslipp er lik et bestemt nivå \bar{E} , altså maksimere nytte gitt at $e_1x + e_2y = \bar{E}$.

- (c) Sett opp Lagrange-funksjonen og utled førsteordensbetingelsene.
- (d) Hva er optimalt konsum av gode x og y , $x^*(e_1, e_2, \bar{E})$ og $y^*(e_1, e_2, \bar{E})$?

Oppgave 5 (20 poeng)

Betrakt funksjonen $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x} + \sqrt{y} + \sqrt{1-y}$.

- (a) Hva er funksjonens definisjonsområde?
- (b) Finn og klassifiser det indre ekstrepunktet. Er det et lokalt eller globalt ekstrepunkt?
- (c) Finnes det andre ekstrepunkter? Isåfall hvor? Du trenger ikke å utlede disse matematisk. Du trenger heller ikke å klassifisere dem.