# Utsatt eksamen i ECON1100, høst 2020

**Oppgave 1 av 5** (20 av 100 poeng)

Finn de førsteordens partiellderiverte til følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter:

**a)** $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \sqrt{x} + 5x$

**b)** $z(x) = \frac{e^x}{x^2+1}$

**c)** $h(x) = [\ln(\ln(x))]^2$

**d)** $F(x, y) = e^x(x + 1)y$

**e)** $G(x, y) = \frac{e^{xy}}{xy}$

**f)** $H(x, y) = g(u)^2$, der $u = x^2 + y^2$ og $g(u)$ er en vilkårlig, ukjent funksjon. Sett inn for $u$ i uttrykkene for de deriverte.

**Oppgave 2 av 5** (20 av 100 poeng)

Er følgende sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

**a)** $\sum_{n=1}^{3} 2n^2 = 28$

**b)** $\frac{\ln(a^3b^2)}{\ln(a)} = 3 + 2\frac{\ln(b)}{\ln(a)}$

**c)** La $f(x)$ ha et indre stasjonærpunkt når $x = x_0$. Da er $El_x f(x) = 0$ når $x = x_0$.

**d)** La $h(x, y)$ tilfredsstille andreordensbetingelsene for lokalt minimum når $x = x_0$ og $y = y_0$. La også $h''_{xx}(x_0, y_0) = 1$ og $h''_{yy}(x_0, y_0) = 1$. Da er $\left(h''_{xy}(x_0, y_0)\right)^2 > 1$.

**Oppgave 3 av 5** (20 av 100 poeng)

**a)** Finn den lineære approksimasjonen til $h(x) = \sum_{i=3}^{5} x^i$ rundt punktet der $x = 1$.

**b)** La $z(x, y)$ være homogen av grad 2, og la $z(2, 2) = 1$. Finn $z(4, 4)$.

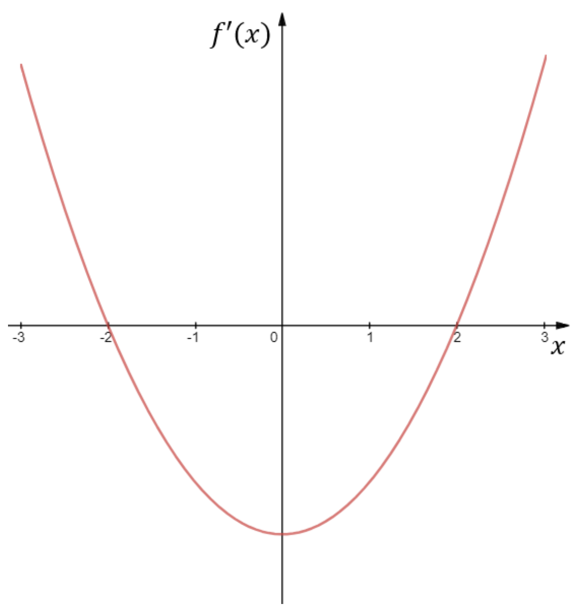
**c)** La $H(x, y) = f(x, y) + g(x, y)$. Funksjonene $f(x, y)$ og $g(x, y)$ har følgende egenskaper:

$$f'_x(x, y) > 0, \quad f'_y(x, y) > 0, \quad g'_x(x, y) > 0 \quad \text{og} \quad g'_y(x, y) > 0$$

Finn den deriverte av nivåkurven $y(x)$ definert ved likningen $H(x, y) = c$, der $c$ er en konstant.

**Oppgave 4 av 5** (20 av 100 poeng)

Funksjonen $f(x)$ er definert i intervallet $-3 \leq x \leq 3$. Den deriverte $f'(x)$ er gjengitt i figuren under. I oppgavene nedenfor skal du finne verdier og intervaller for $x$ ved å se på figuren (du trenger ikke oppgi $y$-verdier). Begrunn svaret ditt.




**a)** For hvilke $x$ er $f(x)$ stigende, og for hvilke $x$ er $f(x)$ fallende?

**b)** Finn stasjonærpunktene til $f(x)$.

**c)** Er de indre ekstrempunktene til $f(x)$ maksimums- eller minimumspunkter[1]?

**d)** Er de to hjørneløsningene til $f(x)$ maksimums- eller minimumspunkter[1]?

[1]Du trenger altså ikke bestemme om punktene er globale eller lokale ekstrempunkter.

**Oppgave 5 av 5** (20 av 100 poeng)

Anta at en bedrift har produktfunksjonen $F(K, L)$. Altså at bedriften produserer $Y = F(K, L)$ enheter, der realkapital ($K$) og arbeidskraft ($L$) er innsatsfaktorer i produksjonen. Bedriften har kostnader $K + L$. Produsenten ønsker å finne den billigste måten å produsere et gitt kvantum $\bar{Y}$ på, og ønsker derfor å løse følgende problem:

$$\min_{K,L} K + L \quad \text{gitt at} \quad F(K, L) = \bar{Y}$$

Anta også at $F'_K(K, L) > 0$, $F'_L(K, L) > 0$ og $F''_{K,L}(K, L) = 0$.

**a)** Sett opp Lagrangefunksjonen, finn førsteordensbetingelsene, og vis at følgende holder i optimum:

$$F'_K(K, L) = F'_L(K, L)$$

**b)** Vis at likningen i deloppgave **a)** implisitt definerer $L$ som en funksjon av $K$. Vis ved bruk av implisitt derivasjon[2] at

$$\frac{\partial L}{\partial K} = \frac{F''_{KK}(K, L)}{F''_{LL}(K, L)}$$

Anta fra nå at $F(K, L) = \ln(K) + \ln(L)$. Anta også at $K > 0$ og $L > 0$ .

**c)** Vis at vi i optimum har $K = L$.

**d)** Finn $K^*(\bar{Y})$ og $L^*(\bar{Y})$, dvs. optimale $K$ og $L$ uttrykt som funksjoner av $\bar{Y}$.

[2] Husk at $F''_{KL}(K, L) = 0$