ECON1100 Utsatt Eksamen Høsten 2024

Oppgave 1 (av 5) (15 av 100 poeng)

Finn de førsteordens deriverte til følgende funksjoner med hensyn på alle variabler.

a) $f(x) = 5x^3 - 4x^2 + x$
b) $g(k) = (3k + 1)\ln(k^2)$
c) $h(x) = \frac{x^2+3}{2+\sqrt{2}}$
d) $p(s,t) = e^{st}(s^2 + t^2)$

Oppgave 2 (av 5) (30 av 100 poeng)

Sant eller usant? Begrunn svaret ditt.

a) En funksjon $f(x)$ har et lokalt maksimum i et punkt der $f'(x) = 0$ og $f''(x) > 0$.

b) Hvis $f(x, y) = x^2 + y^2$, har nivåkurvene alltid en positiv helning.

c) Grenseverdien $\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} 2^i$ konvergerer mot en endelig verdi.

d) En funksjon kan være konveks uten å ha et globalt minimum.

e) Hvis $f(x) = e^x$, har den inverse funksjonen $f^{-1}(x)$ en derivert gitt ved $\frac{1}{e^x}$.

Oppgave 3 (av 5) (20 av 100 poeng)

En økonom vurderer en nyttefunksjon gitt ved $U(x, y) = \ln(x) + \delta \ln(y)$ under bibetingelsen $p_1 x + p_2 y = m$ (hvor $\delta > 0$ er en konstant).

a) Sett opp Lagrange-funksjonen og utled førsteordensbetingelsene.

b) Anta at $m = p_2\sqrt{2}$. Løs systemet for å finne optimal etterspørsel etter vare x og vare y, $x^*(p_1, p_2, m, \delta)$ og $y^*(p_1, p_2, m, \delta)$.

c) Bruk andreordensbetingelsen til å klassifisere stasjonærpunktene som maksimum, minimum, eller sadelpunkt for $U(x, y)$.

d) Bruk omhyllingsteoremet til å finne et tilnærmet uttrykk for nytten av en inntektsøkning fra $m = p_2\sqrt{2}$ til $m = p_2\sqrt{2} + \epsilon$, hvor $\epsilon > 0$ er en positiv konstant.

Oppgave 4 (av 5) (20 av 100 poeng)

Gitt funksjonen $f(x, y) = 3x^2 - 7xy + 5y^2$.:

a) Finn de partielle deriverte $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$.

b) La $f(x, y) = c$ og anta at y er en funksjon av x. Finn et uttrykk for $y'(x)$ når $f\big(x, y(x)\big) = c$. Her er $c > 0$ en positiv konstant.

c) Finn stasjonærpunkter til $f(x, y)$.

d) Er uttrykket du fant for $y'(x)$ definert i stasjonærpunkt(et/ene) til $f(x, y)$?

Oppgave 5 (av 5) (15 av 100 poeng)

En produktfunksjon er gitt ved $P(x,y) = (x^{\sigma} + y^{\sigma})^{\frac{1}{\sigma}}$.

a) Undersøk om funksjonen er homogen, og angi i så fall av hvilken grad.
b) Produksjonen er 500 enheter når $x = 100$ og $y = 100$ (altså $P(100{,}100) = 500$). Finn et uttrykk for σ. Hint: Det er helt greit å ha logaritmer i svaret.
c) Hvis produksjonen er 500 enheter når $x = 100$ og $y = 100$, hva blir produksjonen hvis begge innsatsfaktorer dobles?