

# ***UNIVERSITETET I OSLO***

## ***ØKONOMISK INSTITUTT***

Utsatt eksamen i: **ECON1100 – Matematikk 1**

Eksamensdag: 07.08.2018

**Sensur kunngjøres senest: 28.08.2018**

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 12:00

Oppgavesettet er på 3 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal være kontrollert av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

---

**Oppgave 1** (20 poeng) Finn alle første- og andrederiverte av følgende funksjoner:

a)  $f(x) = x^2(x - 1) + 1$

b)  $g(y) = \frac{1}{6}e^{3y^2}$

c)  $F(x, y) = \frac{xy}{\ln(x+y)}$  (du behøver ikke å finne den kryssderiverte)

d) Hva er definisjonsområdet til  $F(x, y)$  i oppgave c?

**Oppgave 2** (25 poeng)

I hver av følgende oppgaver skal du ta stilling til hvilken av påstandene som er sann. Kun en av påstandene er sanne per deloppgave. Begrunn svaret ditt.

a) Dersom en funksjon  $F$  er strengt konkav i hele definisjonsområdet  $D$ , vil ethvert stasjonærpunkt i det indre av  $D$  for funksjonen  $F$  være:

(i) Et indre globalt maksimum

(iii) Et sadelpunkt

(ii) Et indre globalt minimum

(iv) Ingen av delene

b) Hvis funksjonen  $f(x, y)$  er homogen av grad  $k$ , så er, for alle  $t > 0$ :

(i)  $f(tx, ty) = k^t f(x, y)$

(iii)  $f(tx, ty) = t^k f(x, y)$

(ii)  $f(tx, ty) = tk f(x, y)$

(iv)  $f(tx, ty) = t^k(tx, ty)$

c) Hva er sant om funksjonen  $g(y) = \frac{y}{\ln y}$ ?

(i)  $g'(y) = \frac{\ln y - 1}{(\ln y)^2}$  og  $g$  er stigende i hele sitt definisjonsområde

(iii)  $g'(y) = \frac{\ln y - 1}{(\ln y)^2}$ , og  $g$  er først avtakende (for  $y \leq e$ ), så stigende (for  $y \geq e$ )

(ii)  $g'(y) = \frac{\ln y - 1}{(\ln y)^2}$  og  $g$  er avtakende i hele sitt definisjonsområde

(iv)  $g(y)$  er ikke deriverbar

---

d) Funksjonen  $G(x, y) = \sqrt{\sqrt{x}\sqrt{y}}$  er:

(i) Homogen av grad 2

(iii) Homogen av grad  $\frac{1}{2}$

(ii) Homogen av grad 1

(iv) Ikke en homogen funksjon

### Oppgave 3 (15 poeng)

Finn de partielle elastisitetene til følgende funksjoner:

a)  $f(x, y) = x^2 y^2$

b)  $g(x, y) = (\ln(x + y))^2$

c)  $F(x, y) = e^{f(x, y)}$  der  $f(x, y)$  er som i a

d)  $G(x, y) = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2} xy^2$

### Oppgave 4 (10 poeng)

Bestem følgende integraler:

a)  $\int (1 + x + x^2 + x^3 + x^4) dx$

b)  $\int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$

c)  $\int_1^e \left(\frac{1}{x}\right) dx$

d)  $\int \left(\frac{x^3}{x+1}\right) dx$

### Oppgave 5 (30 poeng)

a) Løs følgende minimeringsproblem med Lagrange-metoden:

$$\min_{K, L} \quad wL + qK \quad \text{gitt at} \quad F(K, L) = \bar{Y}$$

b) Vis at førsteordensbetingelsene kan slås sammen og gi:

$$wF'_K(K, L) = qF'_L(K, L)$$

---

Forklar hvorfor denne betingelsen *implisitt* definerer  $K$  og  $L$  som funksjoner av  $w$  og  $q$ .

c) Bruk implisitt derivasjon til å vise hva som skjer med optimalt valg av  $K$  når  $w$  øker.

d) Anta nå at  $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$ . Hva blir nå betingelsen i b?

e) Vis at du kan finne et eksplisitt uttrykk for  $K$  gitt som:

$$K = \left( \frac{w}{q} \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \bar{Y}$$

f) Hva blir nå  $\frac{\partial K}{\partial w}$ ?