

***UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT***

Ekstra eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1 (MM1)**

Eksamensdag: 15.09.2017

Sensur kunngjøres senest: 06.10.2017

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 5 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er kun tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal kontrolleres av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1 (10 poeng) Finn den førstederiverte av følgende funksjoner. For hvilke verdier av n ukjente er funksjonen stigende eller synkende?

a) $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$

b) $g(x) = -x^2 + 2x - 4$

c) $h(x, y) = \ln(xy^2)$

Oppgave 2 (10 poeng) Sant eller usant? Begrunn svaret.

a) Dersom $y(x) = x^x$ så er $y'(x) = x^x(\ln x + 1)$

b) Dersom f er en konveks funksjon for et intervall I og c er et stasjonært punkt for f i det indre av I , da er c et maksimumspunkt for f i I .

c) En konsument har preferanser over konsum og fritid, gitt til uttrykk gjennom nyttefunksjonen $U(c, f)$ der c er enheter av konsumvaren og f er fritid målt i timer. Konsumenten har tilgjengelig tid T som kan brukes på fritid eller arbeidstid h , slik at $T = f + h$. For å arbeide mottar konsumenten lønn w per time, slik at arbeidsinntekten wh i sin helhet går til å betale for konsumutgiften pc der p er pris per enhet av konsumvaren.

Påstand: Denne konsumenten vil kun arbeide dersom $MSB(0, T) < \frac{w}{p}$ der $MSB(0, T)$ er den marginale substitusjonsbrøk mellom konsum og fritid når konsumenten bruker all tilgjengelig tid på fritid.

d) Anta at konsumenten i oppgave c har følgende nyttefunksjon:

$$U(c, f) = f + \theta \ln c$$

Påstand 1: Etterspørselen etter fritid vil alltid være den samme uavhengig av timelønn og prisen på konsumvaren.

Påstand 2: Dersom timelønna w øker vil konsumenten etterspørre mer av konsumvaren og mindre av fritid.

Oppgave 3 (15 poeng) En bedrift ønsker å minimere kostnadene i produksjonen av en vare x . I produksjonen bruker bedriften arbeidskraft L og kapital K , avlønnet med henholdsvis w og q per time. Bedriften har tilgjengelig teknologi gitt til uttrykk ved produktfunksjonen $F(K, L) = AK^\alpha L^\beta$, der A er en positiv konstant og α, β er positive parametere. Bedriften ønsker altså å minimere totalt faktorutlegg $C(L, K) = wL + qK$ til et gitt produksjonsmål.

- a) Sett opp Lagrange-problemet for å løse bedriftens minimeringsproblem, gitt at bedriften har produksjonsmål x^0 . Finn førsteordensbetingelsene til problemet.
- b) Vis at den betingede faktoretterspørselsfunksjonen for arbeidskraft kan skrives som:

$$L^*(w, q, x^0) = \left(\frac{q\beta}{w\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} (x^0)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (1)$$

Regn også ut den betingede faktoretterspørselsfunksjonen for kapital.

- c) Vi kan definere det minimerte faktorutlegget som $C^*(w, q) = wL^* + qK^*$. Bruk omhyllingsteoremet til å finne endringen i dette faktorutlegget dersom:
- i) Lønn per time til arbeidere w øker
- ii) Kapitalprisen q reduseres
- d) Bruk svaret fra oppgave b til å finne et eksplisitt uttrykk for det minimerte faktorutlegget. Vis ved derivasjon av denne hva endringen i det minimerte faktorutlegget blir dersom lønn per time til arbeidere w øker.
- e) Vis at svaret i c i) og d er det samme.

Oppgave 4 (5 poeng) Bestem definisjonsmengden til følgende funksjon og vis at de tilstrekkelige betingelsene for konkavitet er tilfredsstilt i definisjonsmengden:

$$f(x, y) = \ln x + \sqrt{y} \quad (2)$$

Oppgave 5 (10 poeng) Bruk implisitt derivasjon til å finne $\frac{dy}{dx}$ for følgende:

a) $3x^2 + xy - y^2 = 4$

b) $y + \sqrt{xy} = 2$

c) Anta z, x, y alle er variabler. Hva blir da $\frac{\partial z}{\partial y}$ når:

$$yz + y^2 - xz = 25$$

Hvorfor må vi bruke ∂ -symbol og ikke d i denne oppgaven?

Oppgave 6 (7 poeng) Sant eller usant? Begrunn svaret.

a) En konsument etterspør to varer, vare 1 og vare 2. Dersom vare 1 er nøytralelastisk og et normalt gode (men ikke luksusgode), så vare 1 være et substitutt for vare 2.

b) Dersom en bedrift har konstant utbytte med hensyn på skalaen i produksjonen av en ferdigvare, vil en like stor prosentvis økning i avlønningen av alle produksjonsfaktorene gi den samme prosentvise økningen i kostnader for bedriften.

c) En monopolist vil alltid tilpasse seg på den uelastiske delen av etterspørselskurven.

Oppgave 7 (18 poeng) En konsument lever i to perioder. Konsumenten har inntekt m_1 i periode 1 og m_2 i periode 2. Konsumenten etterspør to varer i hver periode, slik at vi noterer c_{11}, c_{12} som konsum av henholdsvis vare 1 og vare 2 i periode 1, og tilsvarende c_{21}, c_{22} for periode 2. Prisen på vare 1 er normalisert til 1, mens prisen på vare 2 er p i begge perioder. Konsumenten kan spare eller låne i et kredittmarked i første periode, og må betale tilbake eventuelle lån i sin helhet i periode 2. Renten på slike lån eller sparing er r . Da er budsjettet i de to periodene

følgende:

$$m_1 = c_{11} + pc_{12} + s \quad (3)$$

$$m_2 + (1 + r)s = c_{21} + pc_{22} \quad (4)$$

a) Still opp konsumentens livsløpsbudsjettbetingelse og forklar kort i ord hva denne betyr.

b) Du skal anta at konsumenten ønsker å maksimere sin nytte over de to periodene, angitt ved nyttefunksjonen:

$$U(c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}) = u(c_{11}, c_{12}) + \beta \tilde{u}(c_{21}, c_{22}) \quad (5)$$

der vi tolker β som en parameter $\beta \in (0, 1)$ og u som nyttefunksjonen i periode 1, \tilde{u} nyttefunksjonen i periode 2. U blir da total nytte for konsumenten over hele livsløpet. Bruk Lagrange-metoden til å finne førsteordensbetingelsene for dette problemet.

c) Bruk førsteordensbetingelsene til å finne betingelser for konsumentens avveininger mellom konsum på tvers av de to periodene og konsum av de to varene i samme periode. Gi betingelsene en tolkning!

d) Epperspørselsfunksjonen for vare 1 i periode 1 kan skrives som:

$$c_{11} = c_{11}(p, r, R) \quad (6)$$

der R er total livsløpsinntekt $(1 + r)m_1 + m_2$. Anta at konsum i hver periode er fullverdig. Vis hva som kan skje med etterspørselen etter vare 1 i periode 1 (c_{11}) dersom renta øker. (Hint: Gjør bruk av Slutskysammenhengen:

$$\frac{\partial c_{11}}{\partial r} = \frac{\partial h_{11}}{\partial r} - (c_{11} + pc_{12}) \frac{\partial c_{11}}{\partial R}.)$$

Oppgave 8 (15 poeng) En monopolist selger en vare i mengde x og har kostnader $c(x)$ i produksjonen av varen. Etterspørselsfunksjonen er gitt ved $p(x)$.

a) Still opp og løs monopolistens optimeringsproblem.

b) Vis at vi kan skrive tilpasningsbetingelsen fra oppgave a som:

$$p \left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) = c'(x) \quad (7)$$

der ε er tallverdien av Cournot-elasticiteten.

c) Anta at etterspørselen kan skrives som $x = Bp^{-\varepsilon}$, $B > 0$ og $\varepsilon > 1$. Samtidig er $c(x) = \frac{1}{2}kx^2$ der $k > 0$. Finn monopolkvantum og monopolprisen.

d) Anta at det skjer en økning i k . Hvordan påvirker dette p ? Angi svaret i elasticiteter.

Oppgave 9 (10 poeng) Anta det eksisterer et marked med n identiske produsenter, hver med stigende tilbudsfunksjon $S(p)$ der p er prisen på varen. Det er også N identiske etterspørrere i markedet med fallende etterspørselsfunksjon $D(p)$.

a) Forklar hvorfor prisen i likevekt kan skrives som $p = p(n, N)$.

b) Vis matematisk hva som skjer med markedslikevekten, både omsatt kvantum og likevektspris, dersom antall tilbydere n øker.

c) Hva skjer med markedslikevekten dersom antallet kjøpere N reduseres?