Eksamen i ECON2200, våren 2004

1. Etterspørselen etter to produkter er bestemt ved likningene

$$p = 25 - x, \qquad q = 24 - 2y$$

der p og q er prisene (i tusen kroner per tonn) for de to produktene, og x og y er de tilsvarende mengdene (regnet i tonn). Anta at kostnadene ved å produsere og selge x tonn av det første produktet og y tonn av det andre er

$$C(x, y) = 3x^2 + 3xy + y^2$$

(a) Vis at profitten til en monopolist ved å produsere og selge x tonn av det første produktet og y tonn av det andre er

$$\pi(x, y) = -4x^2 - 3xy - 3y^2 + 25x + 24y$$

(b) Beregn $\dfrac{\partial \pi}{\partial x}$ og $\dfrac{\partial \pi}{\partial y}$.

(c) Finn de verdiene av x og y som maksimerer $\pi(x, y)$. Vis at du virkelig har funnet maksimum profitt.

2. Anta at et individ forbruker godemengdene x og y, har nyttefunksjonen $\sqrt{x} + y$ og budsjettbetingelsen $x + 4y = 100$.

(a) Løs nyttemaksimeringsproblemet

$$\text{maks}\,(\sqrt{x} + y) \quad \text{når} \quad x + 4y = 100$$

ved Lagranges metode.

(b) Anta at inntekten endres fra 100 til 101. Finn den tilhørende økningen i den maksimale verdien av $\sqrt{x} + y$. Sammenlikn med den verdien du fant for Lagrangemultiplikatoren i punkt (a).

(c) Anta nå den generelle budgettbetingelsen $px + qy = m$ der p og q er de respektive prisene og m er inntekten som disponeres til kjøp av de to godene. Vi forutsetter at $m > q^2/4p$. Utled etterspørselsfunksjonene for x og y i dette tilfellet når nyttefunksjonen fortsatt er $\sqrt{x} + y$.

3

Anta at totaletterspørselen etter en vare er $D(p,M)$ når prisen på varen er p og inntekten i økonomien er M. Anta at det samlede tilbudet av varen er $S(p)$.

(a) Forklar kort den økonomiske betydningen av de partiellderiverte av de to funksjonene D og S, og angi kort hvilke fortegn det er rimelig å regne med for de respektive partiellderiverte.

(b) Hvordan kan vi bestemme likevektsprisen i frikonkurransemarkedet når vi kjenner disse to funksjonene og verdien av M?

(c) Vis ved hjelp av implisitt derivasjon hvordan likevektsprisen påvirkes dersom inntekten i økonomien stiger.

(d) Vis hvordan omsatt kvantum påvirkes når M øker.

La oss nå oppfatte inntekten som konstant og se bort fra denne i etterspørselfunksjonen. I stedet skal vi anta at både tilbud og etterspørsel påvirkes av værforhold. (For eksempel vil både tilbud av og etterspørsel etter elektrisitet påvirkes av temperatur, nedbør, osv.) La nå etterspørselen være gitt ved $D(p,v)$ og tilbudet være gitt ved $S(p,v)$, der v er en værvariabel som har positiv virkning på etterspørselen og negativ virkning på tilbudet.

(e) Vis ved hjelp av implisitt derivasjon hvordan en økning i v vil påvirke likevektsprisen.

4

Gassleverandøren Rørgass har monopol på gassleveranser i et område. Rørgass tar en pris for tilknytning til nettet og dessuten en pris p per enhet som faktisk leveres. Anta at gassetterspørrerne er like og at hver person har etterspørselsfunksjonen $x=12-2p$ der x er etterspørsel etter gass.

(a) Når Rørgass tar en pris p per enhet av x, hva blir da konsumentoverskuddet til en etterspørrer?

(b) Forklar hvorfor Rørgass kan ta en pris for tilknytning til nettet som maksimalt er lik dette konsumentoverskuddet.

Anta for enkelhets skyld at tilknytningsprisen settes akkurat lik konsumentoverskuddet svarende til prisen *p*, og at forbrukerne da etterspør gass. Anta at Rørgass har en kostnad lik 1 (én) per enhet av *x* som leveres.

(c) Vis at profitten Rørgass oppnår for hver kunde kan uttrykkes som *0,5(6-p)(12-2p) +(p-1)(12-2p)*.

(d) Finn den verdien av *p* som maksimerer profitten, og vis at du virkelig har funnet et maksimum.

(e) Resultatet i (d) kan betraktes som et spesialtilfelle av det generelle resultat for hvordan en profittmaksimerende monopolist vil sette prisen *p* når det er mulig å bruke todelt tariff. Forklar hva det generelle resultatet sier, og gi en økonomisk begrunnelse. Du kan gjerne illustrere i en figur.

5

Anta at et individ forbruker mengdene x_1 og x_2 av to goder. Forbrukerens preferanser er gitt ved den ordinale nyttefunksjonen $u(x_1, x_2)$.

(a) Forklar hva denne funksjonen sier oss.

La $\dfrac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} = u_1(x_1, x_2)$ og $\dfrac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} = u_2(x_1, x_2)$.

(b) Hva er den økonomiske tolkningen av $\dfrac{u_1(x_1, x_2)}{u_2(x_1, x_2)}$?

Anta spesielt at $\dfrac{u_1(100{,}123)}{u_2(100{,}123)} = 2$.

(c) Hva betyr dette?

La p_1 og p_2 angi prisene på godene, og anta at $p_1 = p_2$.

(d) Forklar om og eventuelt i hvilken retning forbrukeren bør endre sitt forbruk.

La *m* være inntekten som brukes til å kjøpe de to varene. La dessuten toppskriften *h* angi at vi ser på kompensert etterspørselsfunksjon. En Slutsky-ligning er da

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} - x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}.$$

(e) Forklar leddene i denne ligninga og drøft fortegnene. (Det spørres ikke etter matematisk utledning).