

***UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT***

Eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1 (MM1)**

Eksamensdag: 31.05.2016

Sensur kunngjøres: 21.06.2016

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 5 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er kun tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal kontrolleres av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1 (8 poeng)

Deriver følgende funksjoner. Deriver med hensyn på begge argumentene i e) og f).

a) $f(x) = x^3 - x^{-2} - 2$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

c) $f(x) = e^{g(x)}$

d) $f(x) = \frac{g(x)}{x}$

e) $F(x, y) = \left(x - \frac{1}{y}\right)^3$

f) $f(s, t) = e^{s-t} - e^{s+t}$

Oppgave 2 (5 poeng) Sant eller galt?

For hver av disse påstandene, avgjør om den er sann eller usann.

a) $\sum_{i=1}^5 (4+i)^2 = \sum_{i=5}^9 i^2$

b) $\ln(3e^x) = x^3$

c) $\frac{2x+6}{2x} = \frac{x+3}{x}$

d) $\ln(x+y) = \ln x \cdot \ln y$

e) Om $f(x, y) = x^2y - \ln y$ så er $df = 2xydx + \left(x^2 - \frac{1}{y}\right)dy$.

Oppgave 3 (10 poeng)

Betrakt funksjonen $f(t) = \max_x (tx - e^x)$ for $t > 0$.

a) Finn, ved hjelp av omhyllingssetningen, et uttrykk for $f'(t)$ uten først å løse maksimeringsproblemet.

b) Løs maksimeringsproblemet og vis at $f(t) = t(\ln t - 1)$.

- c) Vis at andreordensbetingelsen for maksimeringen i b) er tilfredsstillt.
- d) Bruk svaret i b) til å finne $f'(t)$.
- e) Oppgave a) og d) vil gi to ulike uttrykk for $f'(t)$. Vis at svarene likevel er de samme.

Oppgave 4 (8 poeng)

La $f(x, y)$ være en gitt funksjon og (x_0, y_0) være et stasjonærpunkt.

- a) Forklar hva vi mener med at punktet er et stasjonærpunkt.

Anta videre at

$$f''_{xx}(x_0, y_0) < 0 \text{ and } f''_{yy}(x_0, y_0) < 0$$

og at

$$f''_{xx}(x_0, y_0) f''_{yy}(x_0, y_0) - (f''_{xy}(x_0, y_0))^2 > 0$$

- b) Forklar hvorfor vi ikke kan konkludere med at punktet er et globalt ekstrempunkt (enten maksimum eller minimum).
- c) Om det faktisk er et ekstrempunkt, er det da et maksimum eller minimum?
- d) For å sikre at punktet er et globalt ekstrempunkt, hva mer måtte vi kreve?

Oppgave 5 (4 poeng)

Minimer $u(x, y)$ gitt bibetingelsen $\ln x + \ln y = 0$ ved hjelp av Lagranges metode,

og vis at svaret må tilfredsstillte ligninga $\frac{u'_x}{u'_y} = \frac{y}{x}$.

Oppgave 6 (10 poeng)

- a) Definer hva vi forstår med kostnadsfunksjonen til en bedrift.

Anta at en produsent har kostnadsfunksjonen $c(x) = x + e^x$ der x er produsert kvantum, og e er grunntallet i den naturlige logaritmen. La p betegne produktprisen.

- b) Finn uttrykk for enhetskostnaden (gjennomsnittskostnaden).

- c) For hvilken x -verdi når enhetskostnaden sitt minimum?
- d) Skisser i samme diagram hvordan grensekostnadskurven og enhetskostnadskurven ser ut i dette tilfellet.
- e) Sett opp uttrykk for profitten
- f) Utled tilbudsfunksjonen.
- g) Hvor mye vil produsenten tilby når $p = 1$?

Oppgave 7 (8 poeng)

Anta at en konsument har et budsjett m og etterspør mengdene c_1 og c_2 av to goder. Vi betegner de respektive prisene med p_1 og p_2 . Vi er interessert i hvordan en endring i prisen på et gode påvirker etterspørselen. La $\frac{\partial c_i}{\partial p_j}$ være den prisderiverte av etterspørselen etter gode i med hensyn på p_j . Det kan vises at denne virkningen kan dekomponeres ved hjelp av følgende likning, kalt Slutsky-ligninga:

$$\frac{\partial c_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - c_j \frac{\partial c_i}{\partial m} \quad \text{der } i=1,2 \text{ og } j=1,2.$$

Forklar innholdet i ligninga.

Oppgave 8 (10 poeng)

Betrakt en forbruker som velger forbruk i to perioder. Forbrukeren har inntekt (utenom renteinntekt) lik m_1 i periode 1 og m_2 i periode 2. La c_1 og c_2 betegne forbruk i de respektive periodene og normaliser markedsprisen på forbruk til én i begge perioder. Vi antar at c_1 og c_2 kan betraktes som normale goder. Forbrukeren maksimerer nyttefunksjonen $u(c_1, c_2)$. La S være sparing i første periode og la r være rentesatsen i økonomien.

- a) Forklar hva en indifferenskurve i c_1, c_2 -diagrammet forteller oss.
- b) Vis at c_1 og c_2 må oppfylle betingelsen $(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2 = R$
- c) Forklar det økonomiske innholdet i betingelsen

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial c_1}}{\frac{\partial u}{\partial c_2}} = 1+r.$$

d) Analyser virkningen på S av en økning i m_1 .

Oppgave 9 (12 poeng)

Betrakt en økonomi der elektrisitet kommer fra vannkraft og vindkraft.

Etterspørselsfunksjonen i markedet for elektrisitet er $D(p)$ der p er elektrisitetsprisen.

La $T(p)$ være tilbudsfunksjonen for vannkraft, og la $S(q)$ være tilbudsfunksjonen for vindkraft, der q er prisen til produsentene. Anta først at $q = p$.

a) Hvilken betingelse bestemmer likevektsprisen i dette markedet?

Anta nå at produksjonen av vindkraft subsidieres med et beløp s per enhet.

b) Analyser ved implisitt derivasjon virkningen av subsidien på p og q i likevekt.

c) Analyser hvordan prisfølsomheten til etterspørerne og de respektive tilbyderne påvirker resultatene i pkt. b,

d) og drøft hvilke økonomiske mekanismer som forklarer resultatene.

Oppgave 10 (15 poeng)

Anta at et monopol selger i to atskilte markeder, kalt marked 1 og marked 2. La de respektive prisene være p_1 og p_2 . Etterspørselsfunksjonene i de respektive markedene er $D_1(p_1)$ og $D_2(p_2)$. Anta at det er en konstant grensekostnad c i produksjonen.

a) Utled førsteordensbetingelsene for monopolets tilpasning ved profittmaksimering.

b) Forklar de økonomiske avveiningene som kommer til uttrykk i betingelsen.

c) Finn virkningen på profitten av en reduksjon c .

Anta nå at $D_1(p_1) = Ap_1^{-1.5}$ og $D_2(p_2) = Bp_2^{-2}$ der A og B er gitte konstanter. Anta at det er konstant grensekostnad lik 6 i produksjonen.

d) Hvilke priser vil monopolet ta?

e) Hvordan vil du forklare eventuell prisforskjell mellom markedene?

Oppgave 11 (10 poeng)

Sant eller galt.

Angi for hvert av utsagnene nedenfor om det er sant eller usant, og begrunn svaret.

- a) I tilpasningspunktet til et monopol er etterspørselen uelastisk med hensyn på prisen.
- b) La p være produktprisen og $c(x)$ være kostnadsfunksjonen til en produsent. Betingelsen $c'(x) = p$ vil ikke bestemme hvor mye som produseres når produksjonen er karakterisert ved konstant utbytte med hensyn på skalaen.
- c) En produsent bruker to innsatsfaktorer, som omsettes til prisene w og q . Vi antar at produsenten er profittmaksimerende prisfast kvantumstilpasser. La p betegne produktprisen. Anta at w og q øker prosentvis like mye. Da kan virkningene på produsentens tilpasning analyseres ved å se på en partiell reduksjon i p .
- d) La S_{ij} betegne sluskyelastisiteten for vare i med hensyn på prisen på vare j , der $i=1,2$ og $j=1,2$. Da gjelder generelt sammenhengen $S_{11} + S_{21} = 0$.