UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1 (MM1)**

Eksamensdag: 19.05.2017 **Sensur kunngjøres: 09.06.2017**

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 6 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er kun tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal kontrolleres av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1 (10 poeng) Hva er definisjonsområdet til følgende funksjoner? Finn alle de første- og annenderiverte til funksjonene.

a) $f(x) = \frac{x^2-6}{x^3}$

b) $g(x) = (x+1)^{-1}e^x$

c) $h(x,y) = (\ln xy) - x$

d) $U(c_1, c_2) = \sqrt{c_1} + c_2$

Oppgave 2 (10 poeng) Sant eller usant? Begrunn svaret.

a) $\sum_{n=1}^{2017}(2n-1) = 2017^2 = 4068289$ (du kan ta for gitt at den siste likheten stemmer, men bør forklare om den første likheten stemmer).

b) En bedrift opptrer som en prisfast kvantumstilpasser i et marked der bedriften selger en vare x med produktfunksjon $f(n)$ til en markedspris p. Bedriften må betale en skatt t per solgte enhet, bruker arbeidskraft n til eksogen lønn w. Førsteordensbetingelsen til dette problemet vil implisitt definere n som en funksjon av f, t og p, men ikke av w.

c) En konsument har kvasilineær nyttefunksjon på formen

$$U(c_1, c_2) = c_1 + f(c_2) \tag{1}$$

med egenskaper $f'(c_2) > 0$ og $f''(c_2) < 0$. Konsumenten står overfor budsjettbetingelsen $p_1c_1 + p_2c_2 = m$. Anta at konsumentens maksimeringsproblem har en indre løsning. Da vil Engelelastisiteten til det ikke-lineære godet E_2 alltid være 0, og C_2 vil alltid konsumeres i et fast forhold til gitte priser.

d) Dersom $Q = F(K, L)$ er en konkav produktfunksjon, med priser q, w på henholdsvis K, L, og produktet selges til en pris p, vil en profittmaksimerende bedrift løse problemet

$$\Pi^*(p,w,q) = \max_{K,L} \{pF(K,L) - wL - qK\} \tag{2}$$

Ta dette problemet for gitt, og anta at førsteordensbetingelsene vil implisitt definere etterspørselen etter innsatsfaktorene som funksjoner av de eksogene størrelsene. Du skal vurdere om følgende to påstander er rett eller galt:

i) $\frac{\partial \Pi^*}{\partial q} = K^*$

ii) $\frac{\partial \Pi^*}{\partial p} = \frac{\partial L^*}{\partial p} + \frac{\partial K^*}{\partial p}$

Oppgave 3 (15 poeng)

a) Maksimer eller minimer følgende funksjon gitt bibetingelsen ved bruk av Lagrangemetoden:

$$f(x,y) = ax + by \text{ slik at } g(x,y) = \ln(x) + \ln(y) = \ln(c) \tag{3}$$

b) Har du funnet et maksimum eller et minimum? Begrunn svaret.

c) Finn verdifunksjonen til problemet.

d) Hva blir endringen i verdifunksjonen til problemet dersom

(i) a og b øker prosentvis like mye, (ii) c øker

Oppgave 4 (5 poeng) Finn $x'(y)$ ved bruk av implisitt derivasjon:

a) $(h(x,y))^2 = m$

b) $(e^{xy}) = (x+y)^2$

c) $x(\ln(x) + \ln(y) - 4)$=1

Oppgave 5 (10 poeng) Finn de partielle elastisitetene til følgende funksjoner:

a) $f(x, y) = \frac{x+y}{x^2}$

b) $g(x, y) = xye^x$

c) $h(x, y) = y(\ln(x) + \ln(y))$

d) $F(x, y) = (f(x, y))^2$ der $f(x, y)$ er som gitt i a)

Oppgave 6 (10 poeng) Du er bedt om å gjøre rede for en del begreper.

a) Hva er en isokvant?

b) Hva uttrykker den Marginale Tekniske Substitusjonsbrøk mellom to produksjonsfaktorer, og forklar hva som menes med at den Marginale Tekniske Substitusjonsbrøk er strengt avtakende?

c) Gi en begrunnelse for at en kostnadsminimerende faktorkombinasjon, for gitte faktorpriser, er kjennetegnet ved at den Marginale Tekniske Substitusjonsbrøk er lik faktorprisforholdet.

d) Gi en kortfattet forklaring av Slutskylikningen i tilfellet med to forbruksgoder, skrevet på elastisitetsform som $e_{ij} = S_{ij} - \alpha_j E_i$, der e_{ij} er Cournot-elastisiteten for vare i med hensyn på prisen på vare j, S_{ij} er Slutsky-elastisiteten eller den kompenserte etterspørselselastisiteten mens α_j er vare j's budsjettandel og E_i er Engel- eller inntektselastisiteten. Om du ønsker kan du tolke samme spørsmål med utgangspunkt i Slutsky-likningen på derivert form: $\frac{\partial c_i}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i}{\partial p_j} - c_j \frac{\partial c_i}{\partial m}$, der c_i er ordinær etterspørsel etter vare i, mens h_i er kompensert etterspørsel etter vare i. Her er p_j prisen på vare j, mens m er inntekten.

e) Definer og utled grenseinntekten til en monopolist og forklar under hvilke betingelser den er fallende i omsatt kvantum.

Oppgave 7 (10 poeng) Anta at en bedrift har en kostnadsfunksjon for produksjonen av en vare i, i mengde x, gitt som $C(x; w, q) = b(w, q) \cdot x^\theta$, der $b(w, q)$ er en voksende, konkav funksjon som er homogen av grad 1 i de to faktorprisene (w, q), og med θ en positiv konstant, strengt større enn 1.

a) Utled gjennomsnitts- og grensekostnad.

b) Anta at bedriften med denne kostnadsfunksjonen selger varen som prisfast kvantumstilpasser i et marked der prisen på ferdigvaren er p. Bedriften ønsker å maksimere profitt. Bestem det profittmaksimerende kvantum av ferdigvaren.

c) Hvordan påvirkes tilbudet av ferdigvaren av at

- Produktprisen p øker
- En av faktorprisene øker
- De to faktorprisene øker prosentvis like mye

d) Sett at produsenten skulle være den eneste selger av denne varen i markedet og ville da stå overfor en etterspørselsfunksjon for ferdigvaren gitt på prisform som $p(x) = Ax^{-\frac{1}{\varepsilon}}$, der A er en positiv konstant, mens ε er en konstant større enn 1. Karakteriser betingelsen for det profittmaksimerende kvantum som monopolisten vil selge. (Du er ikke bedt om å finne et eksplisitt uttrykk for kvantum.)

Oppgave 8 (15 poeng) Anta at vi har en bedrift som produserer en ferdigvare i mengde x ved hjelp av en produktfunksjon $x = \sqrt{n}$, der n er innsats av arbeidskraft, målt i timer. Bedriften opptrer som prisfast kvantumstilpasser både i produkt- og arbeidsmarkedet. Prisen for ferdigvaren er p kroner per enhet, mens arbeidskraft avlønnes med lønna w kroner per time.

a) Still opp bedriftens profitt som en funksjon av n og utled førsteordensbetingelsen for et profittmaksimum. Vis at andreordensbetingelsen er oppfylt.

b) Utled bedriftens etterspørsel etter arbeidstimer og dens tilbud av ferdigvaren, og vis hvordan så vel etterspørsel etter n som tilbud av x varierer med prisene. Sett også opp et uttrykk for den maksimerte profitten ("profittfunksjonen").

Vi skal tenke oss at ferdigvaren selges på verdensmarkedet til den gitte prisen p, målt i norske kroner. Arbeidskraften kjøpes hjemme i konkurranse med blant annet offentlig sektor som også bruker samme type arbeidskraft til å frembringe en gitt mengde g av et offentlig-forsynt gode. Vi antar offentlig bruk av arbeidstimer, gitt ved m, er proporsjonal med samlet produktmengde; dvs $m = ag$, der a er en positiv konstant. Det er kun eksportbedriften og offentlig sektor som etterspør denne typen arbeidskraft som foreligger i en gitt mengde, M timer totalt; der $M > ag$.

c) Still opp likevektsbetingelsen for denne typen arbeidskraft i et fullkomment arbeidsmarked og vis at likevektslønna kan uttrykkes som $w = \sqrt{\frac{p^2}{4(M-ag)}}$

d) Vis ved derivasjon hvordan likevektslønna blir påvirket av at:

- Offentlig sektor øker sitt tilbud av g
- Eksportbedriften oppnår en høyere pris på ferdigvaren på verdensmarkedet
- Tilbudet av arbeidstimer øker
- Arbeidsproduktiviteten i offentlig sektor øker

Oppgave 9 (15 poeng) Anta at en arbeidstaker/konsument har en nyttefunksjon $U(c, f) = f + \theta \ln c$, over konsum c og fritid, målt i timer, f. Det antas at θ er en positiv konstant, mens ln angir den naturlige logaritmen. Konsumenten har et tidsbudsjett $T = f + n$, der n er arbeidstid målt i timer, mens T er samlet antall timer til disposisjon. Konsumenten opptrer som prisfast kvantumstilpasser i både konsumvaremarkedet og i arbeidsmarkedet, med p som pris per enhet av konsumvaren og med w som lønn per time arbeidet. I tillegg til arbeidsinntekt mottar også arbeidstaker en stønad på S kroner, slik at inntekten $wn + S$ i sin helhet finansierer konsumutgiften pc.

a) Bestem den marginale substitusjonsbrøk mellom fritid og konsum og angi egenskaper ved denne.

b) Utled den nyttemaksimerende tilpasningen av konsum og fritid.

c) Hva er betingelsen for at det vil bli tilbudt et positivt antall arbeidstimer? Gi en tolkning av denne betingelsen.

d) Fastlegg etterpørselsfunksjonen for konsum og tilbudsfunksjonen for arbeid, når du tar hensyn til at i noen tilfeller *kan* konsumenten finne det ønskelig ikke å tilby arbeid.

e) Anta at det tilbys arbeidstimer. Hvordan varierer konsum og arbeidstilbud, angitt ved elastisiteter, når:

- Konsumvaren blir dyrere
- Lønna øker

f) Diskuter påstanden om at en økning i stønadsbeløpet vil motivere arbeidstakeren til å jobbe mer.