

# Eksamen ECON2200 - H17 - Sensorveiledning

Karakterskala:

A - 100 - 80

B - 79 - 65

C - 64 - 50

D - 49 - 40

E - 39 - 30

F - 29 - 0

**Oppgave 1** (10 poeng)

a)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$  og  $f$  er kun definert for  $x > 0$ , slik at i hele sitt definisjonsområde er  $f'(x) > 0$  og  $f$  er stigende.

b)  $g'(x) = -2x + 2$  og  $g$  er definert for alle  $x$ , slik at  $g'(x) = 0$  gir  $x = 1$  og dermed er  $g$  stigende for  $x < 1$  og synkende for  $x > 1$ .

c)  $h'_x = \frac{1}{x}$  og  $h'_y = \frac{2}{y}$ , og siden  $y^2$  alltid er positiv, må også  $x > 0$  være definisjonsområdet. Da er  $h$  stigende for  $x > 0$  og ikke definert for  $x < 0$ .  $h$  er synkende for  $y < 0$  og stigende for  $y > 0$ .

---

**Oppgave 2** (10 poeng)

a) Sant. Kan vises direkte ved logaritmisk derivasjon:

$$y(x) = x^x$$

Ta logaritmer på hver side:

$$\ln y(x) = \ln x^x = x \ln x$$

Deriver med hensyn på  $x$ :

$$\frac{y'(x)}{y(x)} = \ln x + x \frac{1}{x}$$

Løs for  $y'(x)$ :

$$y'(x) = (\ln x + 1)y(x) = x^x(\ln x + 1)$$

b) Usant. Følger direkte fra definisjonen i Sydsæter. Det stasjonære punktet vil her være et minimumspunkt.

c) Sant. Konsumenten har kun insentiv til å arbeide dersom reallønna er høyere enn betalingsvilligheten for fritid. Dersom det hadde vært motsatt ville fritid vært verdsatt "for høyt".

d) Konsumenten løser problemet:  $\max U(c, f)$  gitt at  $w(T - f) = pc$  der det er innsatt for tidsbudsjettet. Det gir at  $\frac{\theta}{c} - \lambda p = 0$  og  $1 - \lambda w = 0$  som de to førsteordensbetingelsene. Det gir oss at:

$c = \frac{w}{p}\theta$  og  $f = T - \frac{p}{w}c = T - \theta$ . Dermed er påstand 1 sant, og direkte må da påstand 2 være galt fordi fritid er uavhengig av timelønna.

**Oppgave 3** (15 poeng)

a)

$$L = wL + qk - \lambda(AK^\alpha L^\beta - x^0) \quad (1)$$

---

Som har førsteordensbetingelsene:

$$w - \lambda(\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) = 0 \quad (2)$$

$$q - \lambda(\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = 0 \quad (3)$$

b) Vi bruker førsteordensbetingelsene til å finne at:

$$\frac{w}{q} = \frac{\beta K}{\alpha L} \quad (4)$$

$$\Rightarrow K = \frac{w \alpha}{q \beta} L \quad (5)$$

Og dette kan vi sette tilbake i beskrankningen, som her er gitt ved  $AK^\alpha L^\beta = x^0$ .

Det gir oss:

$$A \left( \frac{w \alpha}{q \beta} L \right)^\alpha L^\beta = x^0 \quad (6)$$

Løst for  $L$  gir det

$$L = \left( \frac{q \beta}{w \alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (7)$$

<sup>1</sup> Siden problemet er helt likt for  $K$  kan vi umiddelbart få at

$$K = \left( \frac{w \alpha}{q \beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (8)$$

c) i) Omhyllingsteoremet gir  $\frac{\partial C^*}{\partial w} = L^*$ , og tilsvarende ii)  $-\frac{\partial C^*}{\partial q} = -K^*$

---

<sup>1</sup>Noter at ved en inkurie ble  $A$ 'en i denne løsningen borte i oppgaveteksten. De studentene som har gjort et forsøk på denne oppgaven ble derfor ved sensur ettertrykkelig kompensert for dette.

d)

$$C^* = w \left( \frac{q}{w} \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + q \left( \frac{w}{q} \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (9)$$

$$C^* = \left[ w^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left( \frac{q\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + q^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{w\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (10)$$

Ved å derivere får vi da at:

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \left[ \frac{\beta}{\alpha + \beta} w^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{q\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + \frac{\beta}{\alpha + \beta} q^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} w^{\frac{-\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (11)$$

For full pott kan man stoppe her i oppgave d).

e) Her kreves det å jobbe videre fra oppgave d) ved å vise at vi kan nå  $L^*$ .

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left[ \left( \frac{q}{w} \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + \left( \frac{q}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left( \frac{q}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[ \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left( \frac{q}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left( \frac{q}{w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[ \frac{\alpha + \beta}{\beta} \right] \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (15)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial w} = \left( \frac{q\beta}{w\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left( \frac{x^0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = L^* \quad (16)$$

---

**Oppgave 4** (5 poeng)

Definert for  $x > 0$  og  $y > 0$ . Finner at:

$$f'_x = \frac{1}{x} \quad (17)$$

$$f'_y = \frac{1}{2\sqrt{y}} \quad (18)$$

$$f''_{xx} = -\frac{1}{x^2} < 0 \quad (19)$$

$$f''_{yy} = -\frac{1}{4y^{3/2}} < 0 \quad (20)$$

$$f''_{xy} = 0 \quad (21)$$

Det gir oss at  $f''_{xx}f''_{yy} - (f''_{xy})^2 > 0$  og dermed er betingelsene for konkavitet tilfredsstilt.

**Oppgave 5** (10 poeng)

a)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{6x+y}{x-2y}$

b)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{2\sqrt{xy}+x}$

c) Anta at  $z = z(x, y)$ . Da er  $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z}$  der  $F(x, y, z(x, y)) = yz + y^2 - xz$ . Det gir  $\frac{dz}{dy} = -\frac{z+2y}{y-x}$ . Vi må bruke partiellderivert-tegn fordi  $z$  er en funksjon av to variabler.

**Oppgave 6** (7 poeng)

a) Sant. Fordi summen av en vares Cournot-elasticiteter og Engel-elasticitet må være 0, vet vi at dersom den er nøytralelastisk har den Cournot-elasticitet  $e_{11} = -1$ , og når den er et normalt gode, men ikke luksusgode er  $1 > E_1 > 0$ . Da må  $e_{12} > 0$  for at  $E_1 + e_{11} + e_{12} = 0$  skal kunne holde.

b) Sant. Dette følger direkte fra homogenitetsegenskapene.

c) Usant. En monopolist vil alltid tilpasse seg på den elastiske delen av etter-

---

spørselskurven.

**Oppgave 7** (18 poeng)

a)  $(1 + r)m_1 + m_2 = (1 + r)(c_{11} + pc_{12}) + c_{21} + pc_{22}$

Denne sier at total inntekt over livsløpet må være like stor som totalt forbruk over livsløpet.

b) Lagrange-funksjonen blir:

$$L = u(c_{11}, c_{12}) + \beta \tilde{u}(c_{21}, c_{22}) - \lambda((1 + r)(c_{11} + pc_{12}) + c_{21} + pc_{22} - (1 + r)m_1 - m_2) \quad (22)$$

Som gir de fire førsteordensbetingelsene:

$$u_{c_{11}} - \lambda(1 + r) = 0 \quad (23)$$

$$u_{c_{12}} - \lambda p(1 + r) = 0 \quad (24)$$

$$\beta \tilde{u}_{c_{21}} - \lambda = 0 \quad (25)$$

$$\beta \tilde{u}_{c_{22}} - \lambda p = 0 \quad (26)$$

c) I første periode:

$$\frac{u_{c_{11}}}{u_{c_{12}}} = \frac{1}{p} \quad (27)$$

For at konsumenten skal være indifferent mellom de to varene i periode 1, må det antallet enheter konsumenten må gi fra seg av gode 2 for å kjøpe en ekstra enhet av gode 1 være nøyaktig det konsumenten er villig til å gi fra seg. I andre periode:

$$\frac{\tilde{u}_{c_{21}}}{\tilde{u}_{c_{22}}} = \frac{1}{p} \quad (28)$$

---

Med samme tolkning som i første periode. Mellom periodene:

$$\frac{u_{c_{11}}}{\tilde{u}_{c_{21}}} = \beta(1+r) \quad (29)$$

Alternativet til å konsumere en enhet av gode 1 i dag er å spare den enheten og konsumere  $(1+r)$  enheter i morgen, neddiskontert med en faktor  $\beta$  (som beskriver konsumentens "utålmodighet").

$$\frac{u_{c_{11}}}{\tilde{u}_{c_{22}}} = \beta p(1+r) \quad (30)$$

$$\frac{u_{c_{12}}}{\tilde{u}_{c_{21}}} = \beta p(1+r) \quad (31)$$

$$\frac{u_{c_{12}}}{\tilde{u}_{c_{22}}} = \beta(1+r) \quad (32)$$

Med tilsvarende tolkninger.

d) Vi har at  $c_{11} = c_{11}(p, r, R)$ . Vi setter inn for  $R = (1+r)m_1 + m_2$  og totalderiverer uttrykket  $c_{11}(p, r, (1+r)m_1 + m_2)$ . Det gir:

$$\frac{dc_{11}}{dr} = \frac{\partial c_{11}}{\partial r} + \frac{\partial c_{11}}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial h_{11}}{\partial r} - (c_{11} + pc_{22}) \frac{\partial c_{11}}{\partial R} + m_1 \frac{\partial c_{11}}{\partial R} \quad (33)$$

Der den andre likheten fremkommer ved bruk av Slutskysammenhengen. Vi samler leddene og får:

$$\frac{dc_{11}}{dr} = \frac{\partial h_{11}}{\partial r} + (m_1 - c_{11} - pc_{22}) \frac{\partial c_{11}}{\partial R} \quad (34)$$

Substitusjonseffekten er alltid negativ. Siden konsum i hver periode er fullverdig, ser vi at dersom det er negativ sparing (låning) i periode 1, med totalt konsum i periode 1 større enn total inntekt i periode 1, vil konsum av  $c_{11}$  helt sikkert gå ned når renta øker fordi vi med sikkerhet kan si at inntektseffekten er negativ. En konsument med høy inntekt i periode 1, som sparer i periode 1 møter to motstri-

---

dende effekter. Substitusjonseffekten er negativ, men inntektseffekten er positiv. Vi kan da ikke si noe om retningen på konsumet av  $c_{11}$  med sikkerhet.

**Oppgave 8** (15 poeng)

a) Monopolisten løser:

$$\max_x p(x)x - c(x) \quad (35)$$

Med førsteordensbetingelse

$$p'(x)x + p(x) - c'(x) = 0 \quad (36)$$

b) Husk at den inverse deriverte er gitt som:

$$x'(p) = \frac{1}{p'(x)} \quad (37)$$

Da får vi:

$$\frac{1}{x'(p)}x + p(x) = c'(x) \quad (38)$$

$$p(x) \left( \frac{x}{x'(p)p(x)} + 1 \right) = c'(x) \quad (39)$$

Så husker vi at  $\varepsilon = \frac{x'(p)p}{x(p)}$  som er definert negativ. Får å få tallverdien må vi da multiplisere dette leddet med  $-1$ , som gir:

$$p \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) = c'(x) \quad (40)$$

---

c) Vi løser problemet med den spesifikke funksjonen:

$$\max_p Bp^{1-\varepsilon} - \frac{1}{2}kB^2p^{-2\varepsilon} \quad (41)$$

Som gir førsteordensbetingelsen:

$$(1 - \varepsilon)Bp^{-\varepsilon} + kB^2p^{-2\varepsilon-1} = 0 \quad (42)$$

Som med mellomregninger gir:

$$p^{\varepsilon+1} = \frac{1}{\varepsilon - 1}kB \quad (43)$$

$$p = \left( \frac{1}{\varepsilon - 1}kB \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}} \quad (44)$$

Det gir oss også at:

$$x = B \left( \frac{1}{\varepsilon - 1}kB \right)^{\frac{-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \quad (45)$$

$$x = \left( \frac{1}{\varepsilon - 1}k \right)^{\frac{-\varepsilon}{1+\varepsilon}} B^{\frac{1}{1+\varepsilon}} \quad (46)$$

d) Vi finner:

$$\frac{\partial p}{\partial k} = \frac{1}{1 + \varepsilon} \left( \frac{1}{\varepsilon - 1}kB \right)^{\frac{-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \frac{1}{\varepsilon - 1}B > 0 \quad (47)$$

Vi ser altså at prisen øker når  $k$  øker. Angitt i elastisitet får vi:

$$El_{kp} = \frac{\frac{1}{1+\varepsilon} \left( \frac{1}{\varepsilon-1}kB \right)^{\frac{-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \frac{1}{\varepsilon-1}Bk}{\left( \frac{1}{\varepsilon-1}kB \right)^{\frac{1}{1+\varepsilon}}} \quad (48)$$

$$El_{kp} = \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad (49)$$

---

Vi ser at fordi  $\varepsilon > 1$  så må  $1 > El_k p > 0$ .

**Oppgave 9** (10 poeng)

a) Fordi markedslikevekten kan betegnes som  $nS(p) = ND(p)$  ser vi at  $p$  må være en funksjon  $p = p(n, N)$  implisitt gitt fra denne markedslikevekten.

b) Vi kan altså skrive:

$$nS(p(n, N)) = ND(p(n, N)) \quad (50)$$

Og dermed kan vi finne ved derivasjon gjennom uttrykket med hensyn på  $n$  at:

$$S + n \frac{dS}{dp} \frac{\partial p}{\partial n} = N \frac{dD}{dp} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (51)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{S}{ND_p - nS_p} < 0 \quad (52)$$

Hvis vi antar stigende tilbudskurve og fallende etterspørselskurve, vet vi at  $S_p > 0$  og  $D_p < 0$ . Da finner vi at en økning i antall tilbydere reduserer likevektsprisen. Hva med likevektskvantum?

$$\frac{\partial X}{\partial n} = ND_p \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{ND_p S}{ND_p - nS_p} > 0 \quad (53)$$

Likevektskvantum øker.

c) Tilsvarende som i b) løser vi:

$$n \frac{dS}{dp} \frac{\partial p}{\partial N} = D + N \frac{dD}{dp} \frac{\partial p}{\partial N} \quad (54)$$

$$\frac{\partial p}{\partial N} = \frac{D}{nS_p - ND_p} > 0 \quad (55)$$

Men siden  $N$  går ned, vil det bety at likevektsprisen går ned. Likevektskvantum

---

får da endringen:

$$-\frac{\partial X}{\partial N} = -nS_p \frac{\partial p}{\partial N} = \frac{-nS_p D}{nS_p - ND_p} < 0 \quad (56)$$

Likevektskvantum går ned når antall etterspørrere  $N$  går ned.