Econ 2200 V08 Sensorveiledning

Vi lar oppgavene telle som følger:
Oppg. 1: 11
Oppg. 2: 3
Oppg. 3: 10
Oppg. 4: 10
Oppg. 5: 5
Oppg. 6: 11
Oppg. 7: 20
Oppg. 8: 15
Oppg. 9: 15
Sum 100

Vi kommer tilbake til poengkravene for de forskjellige karakterene.

Mer detaljert:
Oppg. 1 Hvert enkeltsvar *a- e* belønnes med inntil 1 og *f-i* med inntil *1,5*.
Oppg. 2 Hvert punkt gir inntil 1.
Oppg. 3 a) inntil 2, b) inntil 4, c) inntil 4
Oppg. 4 a) inntil 2, b) inntil 4, c) inntil 4
Oppg.5 inntil 5
Oppg.6 a) inntil 4, b) inntil 3, c) inntil 4
Oppg.7 Hvert punkt gir inntil 4. Riktig, ubegrunnet svar gir 1.
Oppg.8 a) inntil 3, b) inntil 6, c) inntil 6
Oppg.9 a) inntil 3, b) inntil 6, c) inntil 6

En del oppgaver kan løses på flere måter, og veiledningen angir ikke alle muligheter. Sensor må vurdere om ulike svar hos kandidatene er like gode. I de rene matematikkoppgavene bør sluttsvaret være gitt på en enkel form for full uttelling. For eksempel kunne svaret i 1e skrives mye mer komplisert.

Der en kandidat gir ekstra glitrende svar på en oppgave kan det utover fulle poeng som angitt ovenfor, gis et pluss eller bonuspoeng som eventuelt kan telle på vippen mellom to karakterer.

Oppgave 1

Finn $f'(x)$ for de følgende funksjonene:

a)

$$f(x) = 2x^3 - 3x + 2$$
$$f'(x) = 6x^2 - 3$$

b)

$$f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

c)

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

$$f(x) = \frac{(2x-1)e^{2x}}{x^2}$$

Finn F_x' og F_y' for følgende funksjoner

d)

$$F(x,y) = 3x^2 \ln y$$

$$F'_x = 6x \ln y \quad F'_y = \frac{3x^2}{y}$$

e)

$$F(x,y) = \ln(xe^y)$$

$$F'_x = \frac{1}{x} \quad F'_y = 1$$

Deriver følgende funksjoner m.h.p. x.

f)

$$h(x) = g\left(\frac{f(x)}{x}\right)$$

$$h'(x) = g'\left(\frac{f(x)}{x}\right)\frac{f'(x)x - f(x)}{x^2}$$

g)

$$h(x) = \frac{1}{f(x)}$$

$$h'(x) = \frac{-f'(x)}{f^2(x)}$$

h)

$$h(x) = f(x)x$$

$$h'(x) = f'(x)x + f(x)$$

i)

$$h(x) = f^{-1}(x)$$

$$h'(x) = \frac{1}{f'(h(x))}$$

Oppgave 2

Hvilke av disse påstandene er generelt sanne/usanne?

a) $\frac{x+a-3}{x-3} = \frac{x+a}{x}$ **Galt**

b) $e^{2\ln y} = y^2$ **Riktig**

c) $\ln(x^2 + y^3) = 2\ln x + 3\ln y$ **Galt**

Oppgave 3

En bedrift står overfor etterspørsel i to markeder gitt ved

$$p = 10 - 2x$$
$$q = 10 - 2y$$

og har produksjonskostnader

$$c(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy\,,$$

der *x* og *y* er de kvanta bedriften selger i de to markedene til de respektive prisene *p* og *q*.

a) Vis at profitten kan skrives som $\pi(x, y) = -3x^2 - 2xy + 10x - 3y^2 + 10y$;

Svar:

$$\pi(x, y) = (10-2x)x + (10-2y)y - x^2 - y^2 - 2xy = 3x^2 - 2xy + 10x - 3y^2 + 10y\,.$$

b) Finn stasjonærpunktet for funksjonen $\pi(x, y)$ **Svar**: Førsteordensbetingelsen

$$10 - 6x - 2y = 0$$
$$10 - 2x - 6y = 0$$

Har løsning $x = y = \frac{5}{4}$

(c) og avgjør om det er et minimum eller maksimum. **Svar:** Andreordensbetingelsen

$$\pi''_{xx} = \pi''_{yy} = -6 < 0$$
$$\pi''_{xy} = -2$$
$$\pi''_{xx}\,\pi''_{yy} - \left(\pi''_{xy}\right)^2 = 36 - 4 > 0$$

Altså maksimum.

Oppgave 4

Svar:

a) Den marginale substitusjonsbrøk angir hvor mange enheter av gode 2 forbrukeren er villig til å oppgi for å få en ekstra enhet av gode 1 eller hvor mange enheter av gode 2 forbrukeren må ha i kompensasjon for å oppgi enhet av gode 1.

b) Se Varian 116-117 hvor dette tilfellet er behandlet.

Sett inn fra budsjettbetingelsen $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1} x_2$ i nyttefunksjonen og maksimer mhp x_2 eller bruk Lagrange-metoden. Vi får Gossen-betingelsen $\frac{u'_1(x_1, x_2)}{u'_2(x_1, x_2)} = x_2 = \frac{p_1}{p_2}$ som direkte gir oss etterspørselsfunksjonen for gode 2. Innsetting i budsjettbetingelsen gir $x_1 = \frac{m}{p_1} - \frac{p_2}{p_1}\frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{p_1} - 1.$

c) Hvis betalingsvilligheten for første enhet av gode 1 er mindre enn realprisen, $\frac{u'_1(0, m/p_2)}{u'_2(0, m/p_2)} = \frac{m}{p_2} < \frac{p_1}{p_2}$, dvs $m < p_1$, vil en ikke kjøpe gode 1. Alternativt ser vi at hvis $\frac{m}{p_1} - 1 < 0$ blir x_1 <0 ifølge etterspørselsfunksjonen i b). Dette gir ikke mening og vi kan ikke ha indre løsning, men får hjørneløsningen $x_1 = 0$.

Derimot vil en alltid kjøpe gode 2 siden grensenytten $u'_2(x_1, x_2) = \frac{1}{x_2}$ går mot uendelig når x_2 går mot null.

For $m < p_1$ blir altså etterspørselen $x_1 = 0$ og $x_2 = \frac{m}{p_2}$.

Det vil antakelig variere mye hvor godt det svares, og poengene må differensieres.

Oppgave 5

Svar:
Likninga angir hvordan etterspørselen etter gode 1 påvirkes av en økning i prisen på gode 2. Høyere pris på et gode gir lavere realinntekt; kjøpekraften til inntekten reduseres. Realinntektstapet blir større jo mer en kjøper av godet som blir dyrere. Dette kommer til uttrykk i $-x_2$. Virkningen av en inntektsendring på etterspørselen etter gode 1 avhenger av den inntektsderiverte til x_1. Derfor må inntektsendringen $-x_2$ multipliseres med $\frac{\partial x_1}{\partial m}$ for å finne realinntektsvirkningen på etterspørselen etter gode 1 av en prisøkning på gode 2.

Oppgave 6

Anta at en forbruker har følgende nyttefunksjonen, der *x* og *y* er mengder av to goder:

$$u = y + 2\sqrt{x}$$

La *p* være prisen på *x*-godet, og sett for enkelhets skyld prisen på *y*-godet til 1. Forbrukeren har en gitt inntekt og kjøper begge godene.

a) Forklar og begrunn hvordan du vil måle konsumentoverskuddet ved forbruk av *x*.

b) Vis at ved optimal tilpasning er $x = \frac{1}{p^2}$.

c) Hvordan vil konsumentoverskuddet endres dersom p faller fra 1 til 0,5?

Svar:

a) Det følger direkte av nyttefunksjonen at når forbrukeren får en mengde *x* er det ekvivalent med å få en mengde $2\sqrt{x}$ av *y* og dermed $2\sqrt{x}$ av inntekt siden prisen på y er lik 1. $2\sqrt{x}$ vil dermed være brutto konsumentoverskudd, mens netto konsumentoverskudd blir K= $2\sqrt{x}$ -px.

b) Ved nyttemaksimering under budsjettbetingelsen (innsetting eller Lagrange) får vi Gossen-betingelsen $x^{-0,5} = p$ som gir $x = \frac{1}{p^2}$.

Det bør ikke gi mer enn 2 poeng å bare si at MRS er lik prisforholdet.

c) Det gir K(p)= $2\sqrt{1/p^2} - p/p^2 = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$. K(1)=1 og K(0,5)=2. Endringen er 1.

Oppgave 7

Sant eller usant?

For hvert av utsagnene nedenfor skal du angi om det er sant eller usant. Gi kort begrunnelse for svaret ditt i hvert tilfelle.

a)

Svar: Sant

Hver gang en godekombinasjon gir samme verdi på u (indifferens) gir den også samme verdi på v (indifferens), og hver gang en godekombinasjon x gir høyere verdi på u enn en annen kombinasjon y ($x \succ y$) gir x også høyere verdi på v enn det y gjør ($x \succ y$).

En annen måte å si det på er at den ene nyttefunksjonen er en monotont stigende transformasjon av den andre.

b)

Svar: Usant

Øker begge prisene og inntekten med èn prosent, endres ikke etterspørselen siden mulighetsområdet (budsjettlinja) og preferansene er uendret. Derfor må summen av elastisitetene være null. (Her er summen 0,2).

c)

Svar: Usant

$$\frac{d}{dy}\bar{c}(y) = \frac{d}{dy}\frac{c(y)}{y} = \frac{1}{y}(c'(y) - \bar{c}(y)) < 0$$

$$\pi = py - \bar{c}y = (c' - \bar{c})y < 0$$

d)

Svar: Sant

Et monopol som kan prisdiskriminere vil ta høyest pris i det markedet hvor priselastisiteten er minst i tallverdi. Det er i marked 1 siden priselastisitetene er gitt ved eksponentene. (De som trenger det, kan regne det ut).

e)

Svar: Usant

Fastleddet er begrenset av konsumentoverskuddet til den minste etterspørreren. Ved å sette pris over marginalkostnad må en redusere fastleddet, men det mer enn oppveies av at en tjener mer på hver enhet den store etterspørreren kjøper.
Det er her lagt til grunn at monopolet ikke kan diskriminere som er tilfellet behandlet i undervisningen. Skulle noen likevel tolke oppgaven som at diskriminering er mulig, og forklare at en da vil ta ulike fastledd og et variabelledd der pris er lik grensekostnad for begge, må det gis riktig for dette.

Oppgave 8

Svar:

a) Høyere pris gir normalt lavere etterspørsel slik at $E'_1(p,\alpha)<0$. Det motsatte (Giffen-tilfellet) vil bare inntreffe under meget spesielle forhold. Økt pris gjør det lønnsomt å produsere mer slik at $T'_1(p,\beta)>0$.

b) Det er rimelig å anta at mat er et normalt (ikke-inferiørt) gode slik at høyere inntekt cet. par. gir høyere etterspørsel, og vi fåret skift som kan utrykkes ved økt verdi på α. Andre anvendelser gir lavere mattilbud for samme pris og kan representeres ved en reduksjon i β. Tørke gir høyere produksjonskostnad og lavere tilbud for gitt pris og kan representeres ved reduksjon i β.

c) $T(p,\beta)-E(p,\alpha)=0$.

Økt α:

$$T'_p(p(\alpha),\beta)p'(\alpha)-E'_p(p(\alpha),\alpha)p'(\alpha)-E'_\alpha=0$$

$$p'(\alpha) = \frac{E'_{\alpha}}{T'_p(p(\alpha),\beta) - E'_p(p(\alpha),\alpha)} > 0$$

Kvantumsendring: $T'_p\ p'(\alpha) = T'_p \frac{E'_{\alpha}}{T'_p(p(\alpha),\beta) - E'_p(p(\alpha),\alpha)} > 0$

Siste innsetting er ikke viktig.

Redusert β:

$$T'_p(p(\beta),\beta)p'(\beta) - E'_p(p(\beta),\alpha)p'(\beta) + T'_{\beta} = 0$$

$$-p'(\beta) = \frac{T'_{\beta}}{T'_p(p(\beta),\beta) - E'_p(p(\beta),\alpha)} > 0$$

Kvantumsendring: $-p'(\beta)E'_p = E'_p \frac{T'_{\beta}}{T'_p(p(\beta),\beta) - E'_p(p(\beta),\alpha)} < 0$

Siste innsetting er ikke viktig.

Oppgave 9

Svar:

a) Minimer w(L)L+qK under bibetingelsen $f(L,K)$ =y=konstant som gir Lagrange-funksjonen $\Lambda = w(L)L + q\ K - \lambda(f(L,K) - y)$.

b) $\Lambda'_L = w(L) + w'(L)L - \lambda f'_1(L,K) = 0$ =0

$\Lambda'_K = q - \lambda f'_2(L,K) = 0$

Det følger at $\frac{f'_1(L,K)}{f'_2(L,K)} = \frac{w(L) + w'(L)L}{q}$

eller $\frac{q}{f'_2(L,K)} = \frac{w(L) + w'(L)L}{f'_1(L,K)}$

c) Ulike versjoner av betingelsen og formuleringer kan brukes for å tolke. En kan si at den marginale tekniske substitusjonsbrøk er lik forholdet mellom grenseutleggene til de respektive faktorene. Spesielt bør en merke seg at grenseutlegget til L er prisen på en ekstra enhet (w) pluss den økning i utlegget som skyldes at en må by opp prisen og betale mer for alle enhetene (w'L) dersom en ønsker å trekke til seg en ekstra enhet. $\frac{q}{f'_2(L,K)}$ er grensekostnaden ved å produsere en ekstra enhet ved hjelp av L. $\frac{w(L)+w'(L)L}{f'_1(L,K)}$ er grensekostnaden ved å produsere en ekstra enhet ved hjelp av K når vi tar hensyn til prisvirkningen av å øke L som omtalt ovenfor. Betingelsen kan derfor tolkes som at grensekostnaden skal være den samme enten en øker L eller K på marginen.