

UNIVERSITETET I OSLO ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1**

Eksamensdag: Onsdag 8. august 2007

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 3 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Ingen tillatte hjelpemidler

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste stårkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1.

a) La $f(x) = x \ln(x)$.

- Forklar kort hvorfor $f(x)$ kun er definert for $x > 0$.
- Finn verdier av x som løser likningen $f(x) = 0$.
- $f(x)$ har kun ett stasjonærpunkt. Finn dette og vis at dette punktet er et minimum.
- Lag en figur som illustrerer $f(x)$. (Hint: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ og $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.)

b) La $G(x, y) = \alpha \ln x + \beta \ln y$, der α og β er positive konstanter.

- La $G(x, y) = 0$. Denne likningen definerer implisitt y som en funksjon av x . Finn et uttrykk for dy/dx . Finn spesielt et uttrykk for dy/dx når $x = 1$ og $y = 1$.
- Bruk Lagranges metode og finn nødvendige betingelser for at x og y maksimerer $G(x, y)$ gitt at $x + y = R$.
- Gi en matematisk tolkning av Lagrangemultiplikatoren.

Oppgave 2.

La markedsetterspørselen etter en vare være gitt ved $D(p; \alpha)$, der p angir pris og α

er en skiftparameter. Anta at $D_p = \frac{\partial D}{\partial p} < 0$ og $D_\alpha = \frac{\partial D}{\partial \alpha} > 0$. Markedstilbudet av

samme vare er gitt ved $T(p)$, der $T'(p) = \frac{dT}{dp} > 0$.

- Forklar hvordan vi kan få bestemt likevektsprisen i dette markedet.

- b) Vis analytisk hvordan markedspris og omsatt kvantum påvirkes av en økning i skiftparameteren α . Hva kan ligge bak en slik økning i skiftparameteren?
- c) Forklar på hvilken måte egenskaper ved hhv. tilbuds- og etterspørselskurven vil ha betydning for de virkningene du har utledet i foregående punkt. Bruk også figurer til å illustrere de tilfellene du diskuterer.
- d) Vis kort til slutt hvordan markedslikevekten kan bli påvirket av at varen nå kan kjøpes/selges på verdensmarkedet til en gitt pris.

Oppgave 3.

En bedrift produserer en vare i mengde x med en produktfunksjon $F(N, V)$ der N er arbeidsinnsats og V er vareinnsats. Denne produktfunksjonen er kjennetegnet ved positive grenseproduktiviteter og avtakende marginal teknisk substitusjonsbrøk. Bedriften har fått ett oppdrag om å produsere en gitt mengde av x ; kalt x_0 , og eierne ønsker at denne produktmengden skal fremstilles til så lave kostnader som mulig. Bedriften opptrer som prisfast kvantumstilpasser i alle faktormarkeder og er stilt overfor en pris w per enhet av N og en pris q per enhet av V .

- a) Hva er "den marginale tekniske substitusjonsbrøk", og hva betyr det at den er avtakende?
- b) Formuler bedriftens kostnadsminimeringsproblem ved hjelp av Lagranges metode, og forklar hva som kjennetegner en kostnadsminimerende tilpasning.

For en vilkårlig mengde av ferdigvaren lar vi bedriftens kostnadsfunksjon være $C(x; w, q)$.

- c) Forklar hvordan denne kostnadsfunksjonen fremkommer, og forklar også hva gjennomsnittskostnad og grensekostnad er. Illustrer hvordan gjennomsnittskostnaden og grensekostnaden kan variere med produktmengden. Gi også en forklaring av forløpet til disse kostnadskurvene.
- d) Gi en kort (verbal) forklaring hvordan den kostnadsminimerende bruken av de to produksjonsfaktorene påvirkes av at
 - w øker
 - w og q øker proporsjonalt

Anta nå at bedriften kan selge ferdigvaren til en gitt pris p per enhet.

- e) Vis hva som kjennetegner tilpasningen av produktmengden når formålet er å maksimere profitten.
- f) Hvordan påvirkes den profittmaksimerende tilpasningen av at
 - p øker partielt
 - w øker partielt

Oppgave 4.

En konsument har preferanser over "konsum" (c) og fritid (F) gitt ved nyttefunksjonen $U(c, F) = c + a \cdot \ln F$, der \ln er den naturlige logaritmen, mens a er en positiv konstant. Konsumenten kjøper c -varen til en gitt pris p per enhet, mens arbeidslønn per time er gitt ved w . Konsumenten har et gitt antall timer T til disposisjon og som kan brukes dels på fritid og dels på arbeid N . I tillegg til arbeidsinntekt mottar konsumenten også en stønad S .

- a) Vis at konsumentens budsjettbetingelse kan skrives som
$$pc + wF = wT + S .$$
- b) Forklar hvorfor den nyttemaksimerende tilpasningen kan beskrives ved budsjettbetingelsen og tangeringsbetingelsen skrevet som $F = \frac{ap}{w}$.
- c) Etterspørselsfunksjonen for konsumvaren kan nå skrives som $c = \frac{R}{p} - a$, der $R := wT + S$. Hvordan påvirkes etterspørselen etter de to godene (fritid og konsum) av at
 - Lønna øker
 - Prisen på konsumvaren øker
 - Stønadene S øker

Når prisen på konsumvaren øker, vil virkningen på etterspørselen etter c -varen kunne splittes opp i en substitusjonseffekt og i en inntektseffekt. Kan du på grunnlag av hva du fant i foregående punkt si noe mer eksakt om disse to effektene?