UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt eksamen i: ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1

Eksamensdag: Onsdag 6. August 2008

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 4 sider

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

Oppgave 1
Deriver følgende funksjoner

a) $f(x) = x^3 + 5x^2$

b) $f(x) = \dfrac{x+3}{x-2}$

c) $f(x) = e^{3x}$

d) $f(x) = \ln(3x)$

e) $f(x) = (h(x)+3)g(2x)$

f) $f(x) = \dfrac{h(x)}{g(-x)}$

Finn begge de partiellderiverte til følgende funksjoner

g) $F(x,y) = 3xy^2 - \dfrac{y}{x}$

h) $F(x,y) = y\ln(x)$

Oppgave 2
Avgjør om følgende påstander er generelt sanne eller gale.

a) $\sqrt{a+4b} = \sqrt{a} + 2\sqrt{b}$

b) $\dfrac{x+3}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 3\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ når $x > 0$

c) $(3x-4)^2 + 1 \geq 0$ når $x \geq 0$

Oppgave 3

Anta at en bedrift har produktfunksjonen $f(x_1, x_2)$ der x_1 og x_2 er innsatsfaktormengder. Forklar det økonomiske innholdet i hvert av tilfellene (a) – (c) nedenfor.

(a) $f_1'(x_1, x_2) > 0$

(b) $f_{12}''(x_1, x_2) > 0$

(c) $\dfrac{\partial}{\partial x_2} \dfrac{f'_1(x_1, x_2)}{f'_2(x_1, x_2)} > 0$

(d) Illustrer tilfelle (c) i en figur, dvs. et isokvantkart.

Se på det spesifikke tilfellet at bedriftens produktfunksjon er gitt ved $y = f(x_1, x_2) = x_1^{0,2} x_2^{0,6}$.

(e) Karakteriser utbyttet med hensyn på skalaen (”returns to scale”) i denne produktfunksjonen.

Oppgave 4

En produktfunksjon er gitt på formen

$$F(K, L) = K^{1/4} L^{1/2}$$

Anta at faktorprisene er $r = 1$ for kapital (K) og $w = 2$ for arbeidskraft (L), mens produktprisen er $p = 4$.

(a) Sett opp førsteordensbetingelsene for profittmaksimering og løs for optimal faktorbruk.
(b) Vis at andreordensbetingelsene er oppfylt.

Anta nå at kapitalen *K=1* er gitt på kort sikt.
(c) Finn bedriftens kortsiktige kostnadsfunksjon.

Oppgave 5

På markedet er det to varer, epler og pærer. Prisen på epler er lik $p = 1$, mens prisen på pærer er q. La x være konsumentens forbruk av epler, og y være forbruket av pærer. En person har 100 pærer. Personen har ingen inntekt utover sin beholdning av pærer.

a) Forklar hvorfor budsjettbetingelsen er

$$x + qy = 100q .$$

Anta at personen har nyttefunksjonen

$$u(x, y) = \ln x + \ln y .$$

b) Løs konsumentens nyttemaksimeringsproblem ved å utnytte budsjettbetingelsen til å skrive *x* som en funksjon av y og sette inn i nyttefunksjonen.
c) Løs konsumentens nyttemaksimeringsproblem ved Lagranges metode.
d) Hvordan avhenger etterspørselen etter pærer av q?
e) Bruk Slutsky-ligningen til å diskutere resultatet i d. Beregn og diskuter spesielt inntektseffekten.

Oppgave 6

Hvilken (hvilke) av påstandene er sann(e)?

Ved monopolistisk konkurranse er

a) grenseinntekt lik grensekostnad,

b) pris lik grensekostnad,

c) pris lik gjennomsnittskostnad.

Begrunn kort.

Oppgave 7

La etterspørselsfunksjonen for en vare i markedet være *D(p)* der *p* er prisen forbrukerne står overfor. La tilbudsfunksjonen i markedet være *S(q)* der *q* er prisen tilbyderne står overfor.

a) Anta at q=*p* og definer likevektsprisen i markedet.

Anta at staten subsidierer hver enhet som omsettes med et beløp *s*.

b) Hvordan vil du nå skrive betingelsen for markedslikevekt?
c) Analyser pris- og kvantumsvirkninger av subsidiet ved hjelp av implisitt derivasjon.
d) Drøft spesielt hvor egnet subsidiet er til å forbedre levestandarden til forbrukerne.

Oppgave 8

Anta at olje tilbys av O (Opec) og A (andre). Betegn oljeprisen med p. A opptrer som prisfast kvantumstilpasser og har tilbudsfunksjonen T(p) der T'(p)>0. Etterspørselen etter olje er gitt ved E(p) der E'(p)<0. La y være O's produksjon og c(y) være O's kostnadsfunksjon.

a) Formuler et uttrykk for O's profitt, π .

b) Begrunn at $y = E(p) - T(p)$?

O maksimerer sin profitt og tar hensyn til at E(p) og T(p) gjelder.

c) Finn betingelsen for maksimering av π , og

d) tolk betingelsen.

Oppgave 9

Anta at et foretak har to produksjonsanlegg som produserer to forskjellige varer. Anlegg 1 produserer y_1 enheter av vare 1 ved bruk av L_1 enheter av èn innsatsfaktor og K_1 enheter av en annen innsatsfaktor. Anlegg 2 produserer y_2 enheter av vare 2 ved bruk av L_2 enheter av den første innsatsfaktoren og K_2 enheter av den andre innsatsfaktoren. Foretaket har gitt mengder, $\bar{L}$ og $\bar{K}$ av de respektive innsatsfaktorene. Følgende produktfunksjoner gjelder: $y_1 = f(L_1, K_1)$ og $y_2 = g(L_2, K_2) = g(\bar{L} - L_1, \bar{K} - K_1)$. Anta at foretaket er pålagt å produsere en gitt mengde $\bar{y}_1$ i anlegg1. For den gitte produksjonen i anlegg 1 ønsker foretaket å velge L_1 og K_1 med det formål å maksimere produksjonen i det andre anlegget.

a) Utled betingelsene for løsning av dette maksimeringsproblemet, og

b) tolk betingelsene ved hjelp av de marginale tekniske substitusjonsbrøker.