

# **UNIVERSITETET I OSLO ØKONOMISK INSTITUTT**

**Utsatt eksamen i: ECON2200 Matematikk 1 / Mikro 1**

**Eksamensdag: 14.06.2012**

**Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00**

Oppgavesettet er på 5 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Ingen tillatte hjelpemidler

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

## **Oppgave 1 (8 poeng)**

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

a)  $f(x) = x^2 + 3x - e^x$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

c)  $\ln(g(x))$

d)  $f(x) = x^2 g(x)$

e)  $F(x, y) = e^{x-y}$

f)  $f(s, t) = (s-t)^2 - (s+t)^{-2}$   $f(t, s) = \sqrt{s-t} + \sqrt{s+t}$

## Oppgave 2 (5 poeng) Sant eller galt?

For hver av disse påstandene, avgjør om de er sanne eller gale

a)  $\sum_3^5 \ln i = \ln \left( \sum_1^3 (i+2) \right)$

b)  $\ln(3x^2) = \ln 3 + 2 \ln x$

c)  $\frac{3+2y}{3y} = \frac{1+2y}{y}$

d)  $e^{2 \ln x} = x^2$

e)  $\sum_{i=0}^5 (1-a)^i = \frac{1-(1-a)^5}{a}$

## Oppgave 3 (10 poeng).

Betrakt funksjonen  $f(x, y) = \ln x + x - x^2 - y^2 + 2y + 4xy$ .

- Vis at  $x = y = 1$  er et stasjonærpunkt til funksjonen
- Tilfredsstiller funksjonen andreordensbetingelsen for et globalt maksimum eller minimum?

## Oppgave 4 (15 poeng).

En monopolist står overfor en etterspørsel  $D(p) = 2A - 2p$  i markedet der  $p$  er prisen.

Produsentens kostnader er  $C(q) = \frac{1}{2}q^2$ , der  $q$  er omsatt kvantum.

- Sett opp et uttrykk for produsentens profitt.
- Sett opp førsteordenbetingelsen for produsentens profittmaksimering og finn optimalt kvantum og pris.
- Sett opp den tilstrekkelige betingelsen for et maksimum og sjekk om den er tilfredsstilt.

### Oppgave 5 (10 poeng).

En konsument har nyttefunksjon  $\ln x + 2\ln y + 3\ln z$  der  $x, y, z$  er tre varer. Alle varene har pris lik 1, og konsumentens inntekt er lik 6. Konsumentens budsjettbetingelse er da  $x + y + z = 6$ .

- a) Sett opp Lagrangefunksjonen for konsumentens nyttemaksimering og ligningene som bestemmer stasjonærpunktene. (Hint: Du skal her få 4 ligninger, inklusive budsjettbetingelsen, og 4 ukjente, inklusive Lagrangemultiplikatoren  $\lambda$ .)
- b) Finn optimalt konsum av de tre varene.

### Oppgave 6 (15 poeng).

Sant eller usant? Begrunn svaret

- a) Dersom den ene varen, i et to-gode tilfelle, har en budsjettandel på 40% og inntektselastisitet på 0,7, må den andre varen ha en inntektselastisitet lik 1,4.
- b) En monopolist som selger samme vare i to adskilte markeder, vil kreve høyest pris i det markedet hvor etterspørselen er minst elastisk.
- c) Dersom produktfunksjonen til en produsent har konstant skalautbytte, vil produsenten ha strengt voksende marginalkostnader.
- d) En konsument som lever i to perioder og har all sin inntekt i første periode, vil bli bedre stilt om renten øker.
- e) Økt lønn vil alltid føre til høyere arbeidstilbud.

### Oppgave 7 (20 poeng)

En bedrift har variable kostnader  $c_v(y) = 2y^2$  der  $y$  er produsert kvantum. I tillegg tilkommer faste driftsavhengige kostnader  $F=8$ . De driftsavhengige kostnadene påløper bare dersom  $y>0$ .

- a) Regn ut gjennomsnittskostnader og marginalkostnader som funksjon av  $y$ .
- b) Hvilket positivt kvantum gir de laveste gjennomsnittskostnadene? Hva blir bedriftens tilbudsfunksjon om bedriften maksimerer profitten og tar produktprisen i markedet for gitt? Se spesielt på hvilke priser som gjør det optimalt for bedriften å ikke produsere.

Anta at etterspørselen i markedet er  $D(p) = 20 - p$ , og at det er fire identiske bedrifter i markedet med kostnadsfunksjoner som ovenfor. Bedriftene maksimerer profitten og tar prisene for gitt.

- c) Hva blir likevektsprisen?
- d) Tegn tilbud og etterspørsel i samme diagram. Hva blir konsument- og produsentoverskudd?

Anta nå at etterspørselen er  $D(p) = 11 - p$ .

- e) Hva blir likevektsprisen i dette tilfellet? (Hint: Selv om bedriftene er identiske, vil de velge ulikt kvantum i optimum.)

### Oppgave 8 (17 poeng)

Anta at vi har en bedrift som produserer en ferdigvare i mengde  $x$  ved hjelp av en

produktfunksjon  $x = \sqrt{n}$ , der  $n$  er innsats av arbeidskraft, målt i timer. Bedriften opptrer som prisfast kvantumstilpasser på både produkt- og arbeidsmarkedet. Prisen for ferdigvaren er  $p$  kroner per enhet, mens arbeidskraft avlønnes med  $w$  kroner per time.

- Still opp bedriftens profitt som en funksjon av  $n$ , og utled førsteordensbetingelsen for et profittmaksimum. Vis at andreordensbetingelsen er oppfylt.
- Utled bedriftens etterspørsel etter arbeidstimer og dens tilbud av ferdigvaren, og vis hvordan så vel etterspørsel etter  $n$  som tilbud av  $x$  varierer med prisene. Sett også opp et uttrykk for den maksimerte profitten («profittfunksjonen»).

Vi skal tenke oss at ferdigvaren selges på verdensmarkedet til den gitte prisen  $p$ , målt i norske kroner. Arbeidskraften kjøpes hjemme i konkurranse med bl.a offentlig sektor som også bruker samme type arbeidskraft til å frembringe en gitt mengde  $g$  av en offentlig-forsynt vare. Vi antar offentlig bruk av arbeidstimer, gitt ved  $m$ , er proporsjonal med samlet produktmengde; dvs.  $m = ag$ , der  $a$  er en positiv konstant. Det er kun eksportbedriften og offentlig sektor som etterspør denne type arbeidskraft som foreligger i en gitt mengde,  $M$  timer totalt; der  $M > ag$ .

- Still opp likevektsbetingelsen for denne typen arbeidskraft i et fullkomment arbeidsmarked, og vis at likevektslønnen kan uttrykkes som  $w = \sqrt{\frac{p^2}{4(M - ag)}}$ .
- Vis ved derivasjon hvordan denne likevektslønnen blir påvirket av at:
  - Offentlig sektor øker sitt tilbud av  $g$ .
  - Eksportbedriften oppnår en høyere pris på ferdigvaren på verdensmarkedet.
  - Tilbudet av arbeidstimer øker.
  - Arbeidsproduktiviteten i offentlig sektor øker.