

UNIVERSITETET I OSLO ***ØKONOMISK INSTITUTT***

Utsatt eksamen i: **ECON2200 – Matematikk 1/Mikro 1 (MM1)**

Eksamensdag: 10.06.2015

Sensur kunngjøres: 01.07.2015

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 15:00

Oppgavesettet er på 4 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Det er kun tillatt å bruke ordbok. Ordboken skal kontrolleres av SV-infosenter på forhånd.

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

ECON 2200 våren 2015 (utsatt prøve)

Oppgave 1 (7 poeng)

Deriver følgende funksjoner med hensyn på alle argumenter

a) $f(x) = 7x^4 + 2x^3 - \frac{1}{x}$

b) $g(x) = \frac{x-x^{-1}}{x-3}$

c) $h(x) = f(x)(3x - a)$

d) $F(x, y) = \frac{g(x, x^2)}{h(x, y)}$

e) Finn $\frac{\partial z}{\partial x}$ og $\frac{\partial z}{\partial y}$ når $z = k(t, s) = (3t - 2s)^2 - t^2 + 2s^3$ der $s = x^2$ og $t = yx$.

Oppgave 2 (5 poeng)

La y være implisitt gitt av som en funksjon av x gjennom ligningen

$$(x + y)^2 = x + y^2$$

finn $\frac{dy}{dx}$ ved implisitt derivasjon.

Oppgave 3 (10 poeng)

En bedrift produserer to ulike varer i kvantum x og y . Kostnadene ved produksjonen er $c(x, y)$ mens inntektene er $px + qy$, der p og q er prisene på de to varene. Bedriftens profitt blir $\pi = px - qy - c(x, y)$.

- Finn førsteordensbetingelsen for profittmaksimum, gitt at bedriften produserer et positivt kvantum av begge varer.
- Hva må vi kreve av kostnadsfunksjonen for at stasjonærpunktene skal være profittmaksimum?

Anta at produksjonen av y er gitt ($y = \bar{y}$), og at bedriften bare kan velge x . Anta videre at $c''_{xx}(x, \bar{y}) > 0$ for alle x .

- Hva er betingelsen for at $x = 0$ skal være det profittmaksimerende valget?

Oppgave 4 (16 poeng)

For hver av påstandene nedenfor, avgjør om den er sann eller usann. Begrunn svaret.

(a) $\frac{x + \ln y - 3}{x - 3} = 1 + \frac{\ln y}{x - 3}$

(b) $e^{3+2\ln x} = (3x)^2$

(c) Dersom $g(r) = \max_x (rx - x^2) = rx^*(r) - (x^*(r))^2$, så er $g'(r) = x^*(r)$. Her er $x^*(r)$ den optimale verdien av x gitt r .

(d) Ta utgangspunkt i følgende sanne opplysning: Funksjonen

$f(x, y) = x^2 - 4x + 4 + y^2 + 5xy - 10y$ har et stasjonærpunkt i $x = 2$ og $y = 0$. Du skal ta stilling til følgende: Punktet er et minimumspunkt.

Oppgave 5 (6 poeng)

Minimer $x + 3y$ gitt bibetingelsen $\ln x + \ln y = \ln 12$ ved hjelp av Lagranges metode.

Oppgave 6 (25 poeng)

En bedrift produserer en vare i mengde x ved hjelp av en produktfunksjon \sqrt{v} , der v er bruken av en variabel produksjonsfaktor.

- Utled grense – og gjennomsnittsproduktivitet for denne produktfunksjonen, og vis sammenhengen mellom dem.
- Utled kostnadsfunksjonen når faktorprisen er q .
- Hva blir grensekostnaden? Hva blir gjennomsnittskostnaden? Hva er sammenhengen mellom disse kostnadsstørrelsene?

Anta at bedriften selger ferdigvaren i et marked som prisfast kvantumstilpasser, til pris p per enhet av x .

- Sett opp et uttrykk for profitten som funksjon av x , og bestem deretter det kvantum som maksimerer profitten.
- Hvordan varierer tilbudt kvantum av ferdigvaren og bruken av produksjonsfaktoren av endringer i de to prisene. (Se både på partielle og proporsjonale endringer.)

Anta at bedriften oppnår en monopolstilling i markedet for ferdigvaren og står overfor en etterspørselsfunksjon for denne varen gitt ved $p(x) = Ax^{-\theta}$, der θ er en positiv konstant, men mindre enn én.

- f) Still opp et uttrykk for profitten og vis at førsteordensbetingelsen for et profittmaksimum er $A(1 - \theta)x^{-\theta} - 2qx = 0$.
- g) Utled andreordensbetingelsen for et profittmaksimum!
- h) Hva blir monopolkvantum og monopolpris?
- i) Hvordan påvirkes monopoltilpasningen av en høyere faktorpris? (Du skal ved implisitt derivasjon av førsteordensbetingelsen i f) utlede $\frac{\partial x}{\partial q}$.)

Oppgave 7 (8 poeng)

Betrakt en produktfunksjon $X = F(N, K)$ som er to ganger kontinuerlig deriverbar, strengt voksende i hvert argument, med avtakende grenseproduktiviteter og homogen av grad én (overalt konstant skalautbytte), med N som antall sysselsatte, K som realkapital og X som produktmengde.

- a) Forklar hva homogenitetsegenskapen betyr og vis at en da kan skrive produktmengde per sysselsatt som en funksjon av realkapital per sysselsatt, $k = \frac{K}{N}$. La denne funksjonen være $f(k)$.
- b) Hva er sammenhengen mellom $f'(k)$ og $\frac{\partial F}{\partial K}$?
- c) I en økonomisk vekstmodell fremkommer betingelsen $sf(k^*) - \mu k^* = 0$, der s og μ er eksogene parametere. Anta at $sf'(k) - \mu < 0$ i omegnen av k^* . Utled virkningen på k^* av en høyere verdi på s .

Oppgave 8 (25 poeng)

En konsument lever i to perioder. I første periode arbeider hun og konsumerer en konsumvare i mengde c_1 . Hun mottar lønn per time, lik w . La H være arbeidstid i første periode, der følgende tidsbudsjett gjelder: $T = F + H$, med F som fritid og T som total tilgjengelig tid i første periode. Lønnsinntekten brukes til konsum (c_1) og sparing S . I annen periode er hun «pensjonist» og lever av (eventuelle) oppsparte midler, samt en eksogent gitt stønad («pensjon») m . La prisen på konsum i de to periodene begge være lik én, samtidig som realrenten er r (som gjelder både for positiv og negativ S) og som tas som gitt. Du kan anta at preferansene kan uttrykkes ved $U(c_1, c_2, F) = a \ln c_1 + \ln F + b \ln c_2$, der a og b er positive konstanter.

- a) Vis at konsumentens økonomiske rammebetingelse kan skrives som

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = wH + \frac{m}{1+r}. \text{ Forklar hva denne uttrykker!}$$

Anta først at arbeidstiden H er gitt og dermed ikke gjenstand for valg.

- b) Bestem den konsumprofil som da maksimerer nytten U ved hjelp av Lagranges metode og gi en forklaring på hva optimumsbetingelsen uttrykker. Utled etterspørselsfunksjonene for konsum i hver periode og den tilhørende sparingen i 1. periode. Hva er betingelsen for positiv sparing?
- c) Hva er betingelsen for positiv sparing?
- d) Hvordan påvirkes tilpasningen av
- Økning i m
 - Økning i w
 - Økt r

La nå arbeidstiden også være gjenstand for valg.

- e) Utled den nye førsteordensbetingelsen for det nyttemaksimerende valg av arbeid eller fritid, i tillegg til de betingelsene du har utledet tidligere, gitt den relevante budsjettbetingelsen.
- f) Hvordan påvirkes tilpasningen nå av at pensjonen m øker?
- g) Hva er betingelsen for at konsumenten ikke vil jobbe i 1. periode?