

# Sensorveiledning

## Vår 2020 - ECON2220

### Oppgave 1

- (a) (**Vekt: 5%.**) Hva spesifiserer den ekstensive formen av et spill?

*Spillerne:  $1, \dots, i, \dots, n$ .*

*Hvilke handlinger spillerne kan velge blant og hva spillerne vet.*

*Nytte for spillerne som en funksjon av handlingene som blir tatt.*

Hva er et spill med fullkommen (perfekt) informasjon?

*Et spill har fullkommen informasjon hvis hver informasjonsmengde inneholder bare en beslutningsnode. Det betyr at hver spiller kan observere alt som har skjedd tidligere, og det skjer ikke noe samtidig.*

- (b) (**Vekt: 5%.**) Definer begrepene *Nash-likevekt* og *delspill-perfekt Nash-likevekt*.

(Verbale svar uten bruk av matematikk er OK.)

*Nash-likevekt: En strategikombinasjon som tilfredsstillter at ingen spiller angrer sitt eget valg når han eller hun får vite at de andre velger i overensstemmelse med strategikombinasjonen.*

*Delspill-perfekt Nash-likevekt: En strategikombinasjon som bestemmer en Nash-likevekt i alle delspill.*

- (c) (**Vekt: 6%.**) Gi et eksempel på et spill med fullkommen informasjon med to spillere, hvor spiller 1 velger før spiller 2, og hvor spiller 2 observerer spiller 1s valg før spiller 2 gjør sitt eget valg, og som har en Nash-likevekt som er basert på en ikke-troverdig trussel fra spiller 2s side. Forklar hvorfor en slik Nash-likevekt ikke er delspill-perfekt.

*Dette er et eksempel (men det finnes mange slike eksempler):*

*Spiller 1 kan komme inn eller bli ute. Hvis spiller 1 kommer inn, kan spiller 2 velge godta eller kjempe. Nyttten er  $(0, 2)$  hvis spiller 1 blir ute. Nyttten er  $(1, 1)$  hvis spiller 1 kommer inn og spiller 2 godtar dette. Nyttten er  $(-1, -1)$  hvis spiller 1 kommer inn og spiller 2 kjemper. Strategikombinasjonen hvor spiller 1 blir ute og spiller 2 ville ha kjempet hvis spiller 1 hadde kommet inn, er en Nash-likevekt som er basert på en ikke-troverdig trussel og som ikke er delspill-perfekt. Det er allikevel en Nash-likevekt fordi spiller 2 ikke tjener på å avvike fra trusselen hvis spiller 1 faktisk tror på den.*

---

I delene (d) og (e) skal dere analysere følgende *tillitspill*. Både spiller 1 og 2 har to 100-kronesedler hver til å begynne med. Spiller 1 spiller først og kan velge mellom tre alternativer:

- (i) Beholde begge sedlene selv.
- (ii) Gi en seddel til spiller 2 og beholde den andre selv.
- (iii) Gi begge sedlene til spiller 2.

Antallet sedler som gis til spiller 2, tre-dobles på veien, slik at spiller 2 mottar tre sedler hvis spiller 1 gir en, og spiller 2 mottar seks sedler hvis spiller 1 gir to. Spiller 2 vil derfor ha tilsammen to + null = to sedler hvis spiller 1 gir ingen sedler, tilsammen to + tre = fem sedler hvis spiller 1 gir en seddel, og tilsammen to + seks = åtte sedler hvis spiller 1 gir to sedler. Spiller 2 observerer spiller 1s valg og velger så i andre trinn hvordan hun vil fordele sine sedler (enten to, fem eller åtte sedler) mellom seg selv og spiller 1. Så hvis hun har to sedler, kan hun beholde

begge sedlene selv, eller gi en seddel til spiller 1 og beholde den andre selv, eller gi begge sedlene til spiller 1. Hvis hun har fem sedler, kan hun beholde fem, fire, tre, to, en eller ingen sedler selv og gi de andre til spiller 1. Tilsvarende hvis hun har åtte sedler.

- (d) (**Vekt: 6%.**) I tillitsspillet omtalt ovenfor, la spillernes nytte være gitt med det pengebeløpet de har når spillet er avsluttet. Dette spillet har en og bare en delspill-perfekt Nash-likevekt. Finn denne! Dette spillet har ikke noen Nash-likevekt som gir et annet utfall. Hvorfor?

*Spiller 2 beholder alle sedlene selv, uansett hva spiller 1 har gjort. Spiller 1 velger derfor også å beholde begge sedlene selv. Nyttien blir 200 for hver av spillerne. Et annet utfall krever at spiller 1 gir en eller to sedler til spiller 2. Spiller 1 vil bare gjøre det hvis spiller 2 vil gi tilbake minst like mange sedler. Men hvis spiller 1 i likevekt gir en eller to sedler til spiller 2, vil spiller 2 velge å beholde disse. Det kan ikke være ikke-troverdige løfter i likevekt, fordi spiller 2 vil tjene på å gå fra løftet når spiller 1 tror på det.*

- (e) (**Vekt: 8%.**) I tillitsspillet omtalt ovenfor, la spillernes nytte være gitt ved følgende Fehr-Schmidt-preferanser:

$$\text{Spiller 1: } x_1 - 0,8 \cdot \max\{x_2 - x_1, 0\} - 0,6 \cdot \max\{x_1 - x_2, 0\},$$

$$\text{Spiller 2: } x_2 - 0,8 \cdot \max\{x_1 - x_2, 0\} - 0,6 \cdot \max\{x_2 - x_1, 0\},$$

med parameter  $\alpha = 0,8$  for ugunstig ulikhet, og parameter  $\beta = 0,6$  for gunstig ulikhet, og hvor  $x_1$  er det pengebeløpet spiller 1 har når spillet er avsluttet og  $x_2$  er det pengebeløpet som spiller 2 har når spillet er avsluttet. Dette spillet har en og bare en delspill-perfekt Nash-likevekt. Finn denne! Hint: Hvorfor vil spiller 2 uansett sørge for at begge har samme beholdning til slutt gjennom å gi tilbake penger til spiller 1 hvis hun mottar noe selv? Hvis spiller 1 tror at spiller 2 vil reagere på den måten, hvor mange sedler vil han gi til spiller 2 i første trinn?

*Spiller 2 vil aldri ønske å sitte igjen med mindre enn halvparten av sedlene, for både den direkte virkningen og virkningen gjennom ugunstig ulikhet er negativ. (Eksempel: Hvis spiller 1 beholder begge sedlene, slik spiller 2 har to sedler å fordele, vil spiller 2 ha nytte lik 200 hvis hun beholder begge selv, og  $100 - 0,8 \cdot (300 - 100) = -60$  hvis hun gir en seddel til spiller 1.) Men spiller 2 vil heller ikke ønske å sette igjen med mer enn halvparten av sedlene, fordi  $x_2 - 0,6(x_2 - (x - x_2)) = 0,6x - 0,2x_2$  reduseres hvis  $x$  er det totale beløpet som er til rådighet etter trinn 1 og egen andel  $x_2$  økes utover halvparten av  $x$ . (Eksempel: Hvis spiller 1 gir en seddel til spiller 2, slik at spiller 2 har fem sedler å fordele, vil spiller 2 ha nytte lik  $500 - 0,6 \cdot (500 - 100) = 260$  hvis hun beholder begge sedlene selv og 300 hvis hun sørger for at begge har tre sedler hver gjennom å gi to sedler tilbake til spiller 1.) Spiller 2 sørger for at begge har samme beholdning til slutt gjennom å gi tilbake null av to (slik at begge får to sedler til slutt) hvis spiller 1 gir ingenting, eller to av fem (slik at begge får tre sedler til slutt) hvis spiller 1 gir en seddel, eller fire av åtte (slik at begge får fire sedler til slutt) hvis spiller 1 gir to sedler. Derfor, spiller 1 vil sitte igjen med to sedler (og ingen ulikhet) til slutt hvis han gir ingen sedler, tre sedler (og ingen ulikhet) til slutt hvis han gir en seddel, og fire sedler (og ingen ulikhet) til slutt hvis han gir to sedler. Han vil derfor ønske å gi to sedler.*

## Oppgave 2

I en økonomi er det to konsumenter, A og B, som har preferanser over konsum av to goder. Godene omsettes i et marked til prisene  $p_1$  og  $p_2$ , som konsumentene tar for gitt.

Konsument A konsumerer  $c_1^A$  enheter av gode 1 og  $c_2^A$  enheter av gode 2, og har nyttefunksjonen  $U_A(c_1^A, c_2^A)$ . Nyttefunksjonen har standard egenskaper, altså positiv og avtakende marginalnytte av begge goder.

Videre starter konsumenten med en endowment (beholdning) av de to godene gitt

ved  $\omega_1^A$  og  $\omega_2^A$ .

- (a) (**Vekt: 7,5%.**) Sett opp og løs konsumentens nyttemaksimeringsproblem. Tolk tilpasningsbetingelsen.

*Nyttefunksjonen er som spesifisert i oppgaven. Konsumenten kjøper konsumgodene og selger beholdningen på markedet, og har derfor følgende nyttemaksimeringsproblem:*

$$\max_{c_1^A, c_2^A} U_A(c_1^A, c_2^A) \quad \text{gitt} \quad p_1 c_1^A + p_2 c_2^A = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A \quad (1)$$

*Løser optimeringsproblemet ved bruk av Lagrange:*

$$\max_{c_1^A, c_2^A} U_A(c_1^A, c_2^A) - \lambda(p_1 c_1^A + p_2 c_2^A - p_1 \omega_1^A - p_2 \omega_2^A) \quad (2)$$

*FOB:*

$$c_1^A : \quad \frac{\partial U_A}{\partial c_1^A} - \lambda p_1 = 0 \quad (3)$$

$$c_2^A : \quad \frac{\partial U_A}{\partial c_2^A} - \lambda p_2 = 0 \quad (4)$$

*Som kan settes sammen til*

$$\frac{\frac{\partial U_A}{\partial c_1^A}}{\frac{\partial U_A}{\partial c_2^A}} = \frac{p_1}{p_2}. \quad (5)$$

*Tolkning: Konsumentens betalingsvillighet for  $c_1^A$  målt i enheter av  $c_2^A$  må i optimum være lik det antallet enheter  $c_2^A$  konsumenten må gi fra seg for å motta én ekstra enhet av  $c_1^A$ .*

- (b) (**Vekt: 7,5%.**) Vis hvordan konsumentens etterspørsel etter de to godene endres dersom  $p_2$  øker, og forklar hvordan endringen kan deles inn i en virkning som skyldes endring i prisforholdet og en virkning som skyldes en reell endring i kjøpekraft.

Dette spørsmålet kan besvares på ulike måter, bl.a. gjennom å sette opp Slutsky-likningen, grafisk, eller ved å skriftlig gå gjennom de ulike effektene. Grafiske eller matematiske løsninger på oppgaven bør også gis en tolkning.

Slutsky-likningene blir som følger:

$$\underbrace{\frac{\partial c_1^{tot}}{\partial p_2}}_{(?)} = \underbrace{\frac{\partial c_1^{se}}{\partial p_2}}_{(+)} + \underbrace{(\omega_2 - c_2^*)}_{(?)} \underbrace{\frac{\partial c_1^m}{\partial m}}_{(+)} \quad (6)$$

$$\underbrace{\frac{\partial c_2^{tot}}{\partial p_2}}_{(?)} = \underbrace{\frac{\partial c_2^{se}}{\partial p_2}}_{(-)} + \underbrace{(\omega_2 - c_2^*)}_{(?)} \underbrace{\frac{\partial c_2^m}{\partial m}}_{(+)} \quad (7)$$

Der vi har utelatt at det er konsument As konsum vi ser på for å forenkle notasjonen.  $c_2^*$  angir konsumentens etterspørsel etter  $c_2$  før prisendringen.

Tolkning: Når  $p_2$  går opp gjør substitusjonseffekten (se) at konsumenten vrir etterspørselen bort fra  $c_2$  og over mot  $c_1$ , fordi  $c_2$  nå blir dyrere sammenlignet med  $c_1$ . Inntektseffekten består av to komponenter.  $(\omega_2 - c_2^*)$  angir hvor stor endringen i kjøpekraft er som følge av prisendringen, og er lik netto salg av gode 2. Siden vi ikke vet om konsumenten hadde en positiv eller negativ netto etterspørsel før prisendringen vet vi ikke om konsumenten får en styrket eller svekket kjøpekraft som følge av prisendringen. Dersom vi antar at begge godene er normale goder, får vi at konsumentens etterspørsel etter godene økes når inntekten økes, som er den andre komponenten av inntektseffekten,  $\frac{\partial c_i^m}{\partial m_i} > 0, i = 1, 2$ . Siden vi ikke vet om konsumenten er netto tilbyder av gode 2, kjenner vi ikke fortegnet til inntektseffekten. Dermed kan vi ikke si noe om totaleffekten på etterspørselen etter godene.

Merk: Alternativt kan inntektseffekten deles inn i en ordinær inntektseffekt,  $-c_2^* \frac{\partial c_i^m}{\partial m}$ , og en endowment-inntektseffekt,  $+\omega_2^* \frac{\partial c_i^m}{\partial m}$ .

---

b Heretter normaliserer vi prisen på gode 1 ved å sette  $p_1 = 1$ . De samlede ressursene

i økonomien er gitt ved den samlede beholdningen til konsumentene. Konsumentenes endowment av gode 2 er gitt ved:

$$\omega_2^A = 1 \quad \omega_2^B = 1$$

Konsumentenes etterspørsel etter gode 2 er gitt ved

$$c_2^A(p_2) = \frac{3}{2} - \frac{1}{5}p_2$$

$$c_2^B(p_2) = 4 - \frac{1}{2}p_2$$

(c) (**Vekt: 15%.**) Sett opp likevektsbetingelsen for gode 2.

*Likevektsbetingelsen er at samlet konsum er lik tilgjengelige ressurser. Vi har at de samlede ressursene i økonomien er gitt ved de samlede beholdningene. Dermed er likevektsbetingelsen for gode 2 gitt ved*

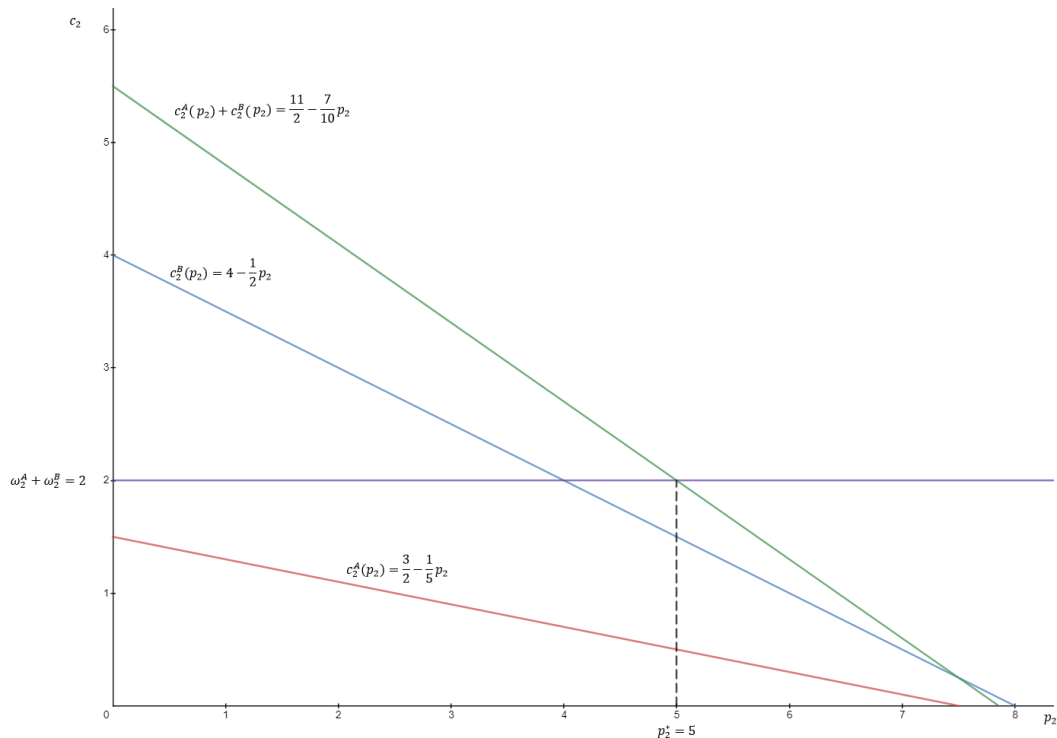
$$c_2^A(p_2) + c_2^B(p_2) = \omega_2^A + \omega_2^B \tag{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{5}p_2 + 4 - \frac{1}{2}p_2 = 2 \tag{9}$$

(d) (**Vekt: 15%.**) Regn ut likevektsprisen  $p_2^*$  som gir likevekt i markedet for gode 2. Illustrer den samlede (aggregerte) etterspørselen etter gode 2 og ressursbeskrivningen for gode 2 i en figur, og finn likevektsprisen  $p_2^*$  i figuren.

*Likevektsprisen er den prisen som gir likhet i likning (9). Ved å skrive om likningen får vi  $p_2^*=5$ .*

*Den aggregerte etterspørselen er gitt ved summen av konsument A og Bs etterspørsel, altså  $\frac{3}{2} - \frac{1}{5}p_2 + 4 - \frac{1}{2}p_2 = \frac{11}{2} - \frac{7}{10}p_2$ . I en figur med  $p_2$  på x-aksen og etterspørselen på y-aksen finner vi  $p_2^*$  der den aggregerte etterspørselen er lik summen av endowments:*



- (e) **(Vekt: 10%.)** Med prisene  $p_1 = 1$  og  $p_2^*$  som i deloppgave 2d har vi likevekt i markedet for gode 2. Når budsjettbetingelsene holder med likhet vil konsumentene finansiere en eventuell nettoetterspørsel av gode 1 med nettotilbud av gode 2, eller motsatt. Prisene som gir likevekt i markedet for gode 2 vil da også gi likevekt i markedet for gode 1. Hva kalles resultatet at likevekt i alle markeder unntatt ett medfører at også det siste markedet er i likevekt.

*Resultatet at likevekt i alle markeder unntatt ett også gir likevekt i det siste markedet kalles Walras' lov. Resultatet følger av at konsumentenes budsjettbetingelser holder med likhet, slik at nettoetterspørselen i det siste markedet finansieres av nettotilbudet i øvrige markeder. Det er ikke forventet at det redgjøres for hvorfor Walras' lov holder.*

- (f) **(Vekt: 15%.)** I en økonomi som den beskrevet over er markedslikevekten Paretoeffektiv. Myndighetene i denne økonomien ønsker å omfordele ved å kostnadsfritt konfiskere beholdningene til konsumentene, og dele disse ut på

nytt før konsumentene omsetter godene i et marked. Kan myndighetene realisere alle Paretoeffektive allokeringer i denne økonomien? (Hint: det er ikke nødvendig å vise dette matematisk).

*Ja. I henhold til det andre velferdsteoremet kan en hvilken som helst paretoeffektiv allokering realiseres som en markedslukevekt, gitt en tilhørende allokering av endowments. Det andre velferdsteoremet er basert på antakelsen om at betingelsene for det første velferdsteoremet er oppfylt, og at vi/myndighetene kostnadsfritt kan omfordele mellom konsumentene. I denne modellen er antakelsene for det første velferdsteoremet oppfylt (som understrekes av at allokeringen før omfordeling er Paretoeffektiv), og den beskrevne omfordelingen er kostnadsfri. Ergo kan myndighetene realisere samtlige Paretooptimale allokeringer ved en tilstrekkelig omallokering av endowments.*