Oppgave 1

a) Bedriftens kostnadsminimeringsproblem blir:

$$\min_{x_1,x_2} \ \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 \text{ gitt at: } \sqrt{x_1 x_2} = \bar{y}$$

For å finne betingelsen i oppgaven kan sette opp Lagrange-funksjonen og finne førsteordensbetingelsene:

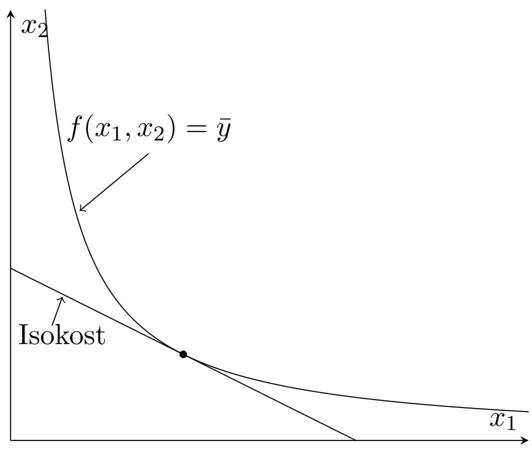
$$\begin{aligned}
&\mathcal{L} = \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 - \lambda(\sqrt{x_1 x_2} - \bar{y}) \\
&\text{FOC}_{x_1}\text{: } \omega_1 - \lambda(\frac{1}{2} x_1^{-\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}) = 0 \\
&\text{FOC}_{x_2}\text{: } \omega_2 - \lambda(\frac{1}{2} x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{2}}) = 0
\end{aligned}$$

Ved å eliminere λ kan man få at:

$$\begin{aligned}
&2\omega_1 \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\omega_2 \left(\frac{x_2}{x_2 1}\right)^{\frac{1}{2}} \\
\Leftrightarrow &\frac{x_1}{x_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}
\end{aligned}$$

b) Tolkningen er at bedriften vil tilpasse seg slik at teknisk substitusjonsbrøk er lik prisforholdet mellom de to innsatsfaktorene. Holder det ikke vil bedriften kunne redusere kostnadene ved å substituere til den innsatsfaktoren som gir relativt høyere økning avkastning i produksjonen enn den relative kostnaden.

c) Tilpasning lar seg illustrere ved:



Bedriften tilpasser seg slik at den kommer på den innerste tilgjengelig isokostlinjen. Hvis ikke produserer den ikke $\bar{y}$ på billigst mulig måte.

d) Kostnadsfunksjonen får vi ved først å løse for de betingede faktoretterspørselsfunksjonene:

$$
\begin{aligned}
&\frac{x_1}{x_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \\
\Leftrightarrow & x_1 = x_2 \frac{\omega_1}{\omega_2} \\
\Rightarrow & \left(x_2 \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} = y \\
\Leftrightarrow & x_2(\omega_1, \omega_2, y) = y \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^{\frac{1}{2}} \\
\Rightarrow & x_1(\omega_1, \omega_2, y) = y \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

og deretter sette dem inn i uttrykket for de totale kostnadene:

$$
c(\omega_1, \omega_1, y) = \omega_1 y \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{2}} + \omega_2 y \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^{\frac{1}{2}} = 2y\sqrt{\omega_1 \omega_2}
$$

e) For å vise matematisk at bedriftens skalautbytte er konstant må vi sjekke om $f(tx_1, tx_2) = tf(x_1, x_2)$. For å gjøre det ganger vi begge argumentene i funksjonen med t og får at:

$$
f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^{\frac{1}{2}} (tx_2)^{\frac{1}{2}} = t^{\frac{1}{2}} x_1^{\frac{1}{2}} t^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}} = t\sqrt{x_1 x_2} = tf(x_1, x_2)
$$

I forelesning har vi snakket om at alle produksjonsprosesser som lar seg skalere fritt opp og ned kan illustreres ved konstant skalautbytte. I virkeligheten gjelder dette på lang sikt for de fleste bedrifter som ikke er avhengige av en ressurs som finnes i en gitt mengde.

f) Bedriftens gjennomsnittkostnad finner vi ved å dele kostnadsfunksjonen på produsert mengde y:

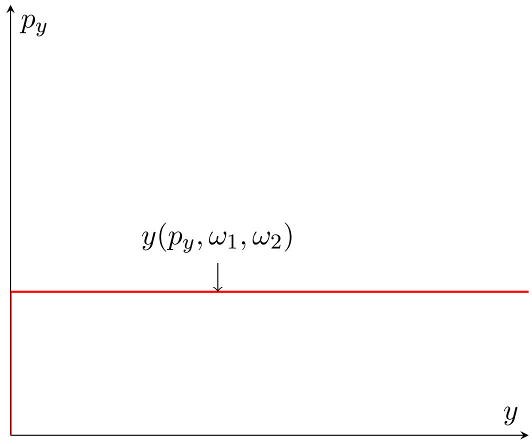
$$
AVC(y) = \frac{2y\sqrt{\omega_1 \omega_2}}{y} = 2\sqrt{\omega_1 \omega_2}
$$

For å finne grensekostnaden deriverer vi kostnadsfunksjonen mhp produsert mengde y:

$$
MC(y) = \frac{\partial c}{\partial y} = 2\sqrt{\omega_1 \omega_2}
$$

Dersom bedriften har avtakende skalautbytte vil både gjennomsnittskostnaden og grensekostnaden være tiltakende. Er skalautbyttet konstant vil de to funksjonene være uavhengige av y og er skalautbyttet økende vil de være tiltakende i y.

g) Siden marginalkostnaden er konstant vil bedriften her, dersom det lønner seg, produsere så mye som mulig. Dette er hvis marginalkostnaden er mindre enn marginalinntekten (prisen på ferdigvaren). Hvis ikke vil den ikke produsere noe. Hvis den opererer på marginen slik at marginalkostnad og marginalinntekt er like vil den være indifferent mellom alle svakt positive produksjonsnivåer. Dette gjelder for bedrifter med konstant skalautbytte. Funksjonen lar seg illustrere grafisk:



Men et verbalt argument som ligner på det over skal gi full uttelling. Kandidaten behøver heller ikke nevne forholdene mellom marginalkostnad og marginalinntekt.

Oppgave 2

Robinson og Fredag bor alene på en øy. De produserer fisk og kokosnøtter. På slutten av dagen møtes de med hver sin kurv med fisk og kokosnøtter som de har samlet gjennom dagen, og vurderer en byttehandel. Før byttehandelen har de ulike marginal substitusjonsbrøker (MSB).

a) Hva mener vi med en Pareto-effektiv allokering av fiskene og kokosnøttene de har samlet?

En allokering er Pareto-effektiv om ingen kan få det verre uten at noen får det bedre.

b) Illustrer dette i en bytteboks og forklar hvorfor utgangspunktet ikke er Pareto-effektivt.

Siden de har fått oppgitt at MSB er ulik bør de tegne et utgangspunkt der indifferenskurvene krysser, og peke på at allokeringer i det indre av området som avgrenses av begge indifferenskurvene er Pareto-forbedinger.

c) I den samme bytteboksen tegn også inn en likevekt. Forklar hvorfor det du har tegnet inn i figuren representerer en likevekt.

Her skal de tegne en budsjettlinje gjennom initialfordelingen og der begges indifferenskurver tangerer i samme punkt. De bør kunne si noe om hvorfor de må tangere i samme punkt, som betyr at den optimale etterspørselen etter begge varer er slik at den akkurat er lik tilgangen.

d) Likevekten i c) kalles en generell likevekt – til forskjell fra partiell likevekt. Forklar hva vi mener med generell likevekt og hvorfor dette er en generell likevekt.

Siden etterspørsel er lik tilgang for begge varene har vi markedsklarering i begge markedene, mens partiell likevekt bare sikrer markedsklarering i ett marked.

Etter noen dager finner Fredag og Robinson at det er bedre å møtes på morgenen og planlegge produksjonen. De har blitt enige om å jobbe en bestemt antall timer hver dag og må fordele sin arbeidskraft mellom å samle kokos og fisk, de alternative fordelingene av arbeidskraft gir produksjonsmulighetskurven. Om de bruker mer tid på å fiske, blir det mindre tid til å sanke kokosnøtter. Siden de gjør planleggingen på begynnelsen av dagen, ser de nå både hva MSB blir i likevekt, og hva marginal transformasjonsbrøk, MTB, blir. De oppdager at de tidligere dagene har MSB i likevekten etter byttehandelen vært ulik MTB.

e) Hva forteller marginal transformasjonsbrøk.

MTB forteller hvor mye mer vi får av en vare om vi oppgir en enhet av den andre. Dvs om vi omfordeler arbeidskraften slik at de produserer en enhet mindre av den ene varen, hvor mye vil denne frigjorte arbeidskraften kunne gi av den andre varen.

f) Forklar hvordan de kunne få en Pareto-forbedring når MSB og MTB er ulike. (Du kan gjerne ta utgangspunkt i noen konkrete tall, som f.eks. MSB=1 og MTB=2.)

Vi har her ikke sagt noe om hva som er vare 1 eller 2, så det kan en velge. Men MTB=2 kan bety at om en får en kokosnøtt mindre så kan en få to fisk mer. Siden begge er like godt stilt *om de mister en kokosnøtt men bare får en fisk mer, så kan en dele den fisken som er til overs når begge har fått det like bra, og begge får det da bedre.*

Etter en stund oppdager de at produksjonen av fisk og kokosnøtter har en negativ eksternalitet, fiskeavfallet gir en ubehagelig lukt og tiltrekker seg skadedyr.

g) Vil MTB=MSB sikre en Pareto-effektiv allokering? Forklar hvorfor / hvorfor ikke.

Nei, Si de ender med MTB=MSB=1. Om de da fisker to fisk mindre og sanker to kokosnøtter mer, så kan begge få en kokosnøtt mer og en fisk mindre. De er da begge like godt stilt om vi ser bort fra eksternaliteten. Men siden det er mindre fisk blir eksternaliteten mindre og begge får det bedre.