

UNIVERSITETET I OSLO

ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt eksamen i: **ECON3150/4150 – Introductory econometrics**

Eksamensdag: Torsdag 10. januar 2008

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 12:00

Oppgavesettet er på 4 sider

Tillatte hjelpemidler:

- Alle trykte og skrevne hjelpemidler, samt lommekalkulator er tillatt

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

På grunnlag av tidsrekke­data for samlet konsum (C_t) og disponible inntekt (X_t) ønsker vi å estimere en makro konsumrelasjon. Utskrift 1 viser resultatet av regresjonen

$$(1) \quad C_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, 19$$

der vi foreløpig antar at restleddene ε_t er $N(0, \sigma^2)$ samt stokastisk uavhengige.

Spørsmål 1

Tolk regresjonskoeffisientene i regresjon (1), og kommenter de empiriske resultatene slik de fremgår i utskrift 1.

Resultatene kan tyde på at konsumrelasjonen

$$(2) \quad C_t = \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, 19$$

kunne være like relevant for de foreliggende data.

Spørsmål 2

Vis at minste kvadraters (OLS) estimatoren for regresjonskoeffisienten β_1 i regresjon (2) er gitt ved

$$(3) \quad \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{19} C_t X_t}{\sum_{t=1}^{19} X_t^2}$$

En alternativ estimator for β_1 i regresjon (2) er gitt ved

$$(4) \quad \tilde{\beta}_1 = \frac{\bar{C}}{\bar{X}}$$

der \bar{C} og \bar{X} betegner de aritmetiske gjennomsnitt av samlet konsum (C_t) og disponible inntekt (X_t).

Vi undersøker fordelingene til estimatorene $\hat{\beta}_1$ og $\tilde{\beta}_1$ for gitte verdier på X_1, X_2, \dots, X_{19} .

Spørsmål 3

Vis at $\hat{\beta}_1$ og $\tilde{\beta}_1$ er forventningsrette (unbiased) estimatorer for β_1 i modell (2).

La $Var(\hat{\beta}_1)$ og $Var(\tilde{\beta}_1)$ betegne variansene til henholdsvis $\hat{\beta}_1$ og $\tilde{\beta}_1$.

Spørsmål 4

Utlede uttrykkene for $Var(\hat{\beta}_1)$ og $Var(\tilde{\beta}_1)$ og vis at $Var(\tilde{\beta}_1) \geq Var(\hat{\beta}_1)$.

Selv om det kan være tvil om valget mellom modellene (1) og (2), skal vi i fortsettelsen basere oss på regresjonen (1). Siden vi benytter tidsrekke data og bare inkluderer en forklaringsvariabel i tillegg til konstantledd i regresjonen, mistenker vi at restleddet ε_t er autokorrelerert. Spesielt antar vi at ε_t følger en AR(1) prosess,

$$(5) \quad \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t \quad t = 1, 2, 3, \dots, 19$$

der u_t er $N(0, \sigma^2)$ og stokastisk uavhengige.

Spørsmål 5

Bruk resultater du finner i utskrift 1 til å teste: $H_0 : \rho = 0$ mot $H_1 : \rho > 0$ ved hjelp av Durbin-Watson observatoren når du velger signifikansnivå 0.05.

Det blir oppgitt at $\rho = 0.48$

Ved bruk av denne ρ verdien definerer vi variablene $\tilde{C}_t = C_t - \rho C_{t-1}$ og $\tilde{X}_t = X_t - \rho X_{t-1}$. Ved hjelp av regresjon (1) og ligningen (5) for restleddene ε_t utleder vi følgende regresjon mellom variablene \tilde{C}_t og \tilde{X}_t

$$(6) \quad \tilde{C}_t = \alpha + \beta_1 \tilde{X}_t + u_t$$

Resultatet av regresjon (6) anvendt på våre data er vist i utskrift 3.

Spørsmål 6

Kommenter kort denne utskriften.

Du får oppgitt at konsumutgiften (C_t) og disponibel inntekt (X_t) i 2007 var henholdsvis 579.6 og 634.2, begge tall er oppgitt i milliarder US dollar. Disponibel inntekt er beregnet å øke til 660 milliarder US dollar i 2008.

Spørsmål 7

(a) Vis hvordan du kan beregne kvadratsummen $\sum_{t=1}^{18} (\tilde{X}_t - \bar{\tilde{X}})^2$ ved å bruke opplysninger du finner i *utskrift 3*.

Gjennomsnittet ($\bar{\tilde{X}}$) i samplet av variabelen \tilde{X}_t er 212.53. Hvis du ikke klarer å beregne kvadratsummen i spørsmål (a), kan du benytte at $\sum_{t=1}^{18} (\tilde{X}_t - 212.53)^2 \approx 79100$.

(b) Bruk resultatene fra regresjonsligningen (6) til å beregne et prediksjonsintervall for konsumet i 2008 med konfidenskoeffisient 0.95.

Utskrift 1

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	3.27980	2.217	1.48	0.157
X_t	0.905995	0.005574	163.	0.000
sigma	2.90752	RSS	143.712856	
R ²	0.999357	F(1,17) =	2.642e+004 [0.000]**	
		DW =	1.01	
no. of observations	19	no. of parameters	2	
mean(C_t) =	346.947	var(C_t) =	11761.5	

Utskrift 2

Descriptive statistics for 1 (1) to 19 (1)

Means

C_t	X_t
346.95	379.33

Standard deviations (using T-1)

C_t	X_t
111.42	122.94

Utskrift 3

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	2.10832	2.038	1.03	0.316
\tilde{X}	0.904913	0.009155	98.8	0.000
sigma	2.57472	RSS	106.066787	
R ²	0.998365	F(1,16) =	9771 [0.000]**	
		DW =	1.75	
no. of observations	18	no. of parameters	2	
mean(\tilde{C}_t) =	194.43	var(\tilde{C}_t) =	3604.26	