UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Utsatt eksamen i: ECON3150/4150 – Elementær økonometri
Postponed exam: ECON3150/4150 – Introductory econometrics

Eksamensdag: Mandag 15. august 2005
Date of exam: Monday, August 15, 2005

Tid for eksamen: kl. 09:00 – 12:00
Time for exam: 09:00 a.m. – 12:00 noon

Oppgavesettet er på 9 sider
The problem set covers 9 pages ***English version on page 6***

Tillatte hjelpemidler:
- Alle trykte og skrevne hjelpemidler, samt lommekalkulator

Resources allowed:
- *All written and printed resources, as well as calculator*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

For å beskrive aktiviteten i en næring benytter økonomer gjerne størrelser som næringens bruttoprodukt som uttrykk for den økonomiske verdiskapning, arbeidskraft og realkapital som uttrykk for innsatsfaktorene arbeid og kapital. Samspillet mellom disse variablene uttrykkes gjerne formelt ved en produktfunksjon:

(1) $Y = f(N, K)$

der Y *betegner næringens bruttoprodukt*, N *innsats av arbeidskraft og* K *innsats av kapital*.

Spørsmål 1

For å undersøke den økonomiske aktiviteten i en næring, blir du bedt om å spesifisere $f(N, K)$ eksplisitt for bruk i en regresjonsanalyse. Hvilke krav synes du det er naturlig at den spesifiserte formen oppfyller.

For næringen ”Bygg og anleggsvirksomhet” finner vi i nasjonalregnskapet data for næringens bruttoprodukt (Y), lønn (N) og kapital (K). I de statistiske beregningene har vi benyttet lønn som erstatningsvariabel for arbeidskraft. Utskrift 1 og Utskrift 2 viser resultatene av regresjonsberegningene:

(2) $Y_t = \beta_0 + \beta_1 N_t + \beta_2 K_t + u_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

(3) $\ln Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln N_t + \gamma_2 \ln K_t + \delta_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

Spørsmål 2

Kommenter kort beregningsresultatene slik de går frem av to utskriftene. Stemmer de empiriske resultatene med de kravene du fant det naturlig å stille til spesifikasjon av produktfunksjoner i spørsmål 1?
Gi en økonomisk tolkning av parametrene $\gamma_0, \gamma_1 \; og \; \gamma_2$.

Produksjonsprosessens skaleelastisitet vil ofte være en sentral størrelse i en diskusjon av den økonomiske aktiviteten i en næring. Skalaelastisiteten er definert som forholdet mellom den relative endring i bruttoproduktet $(\frac{dY}{Y})$ og den relative endring i innsatsfaktorene når alle faktorene får den samme relative endring, dvs. $\frac{dN}{N} = \frac{dK}{K}$. Formelt kan skalaelastisiteten defineres ved: $\varepsilon(Y) = (\frac{dY / Y}{dK / K})$ der betingelsen $\frac{dN}{N} = \frac{dK}{K}$ er oppfylt.

Spørsmål 3

Ta utgangspunkt i spesifikasjonen (3) og vis at skalaelastisiteten for denne funksjonsformen er gitt ved summen $\gamma_1 + \gamma_2$.

Spørsmål 4

Bruk opplysningene i Utskrift 2 til å test nullhypotesen
$H_0 : \gamma_1 + \gamma_2 = 1 \qquad mot \qquad H_A : \gamma_1 + \gamma_2 \leq 1$

Våre data for bruttoproduktet (Y), lønn (N) og kapital (K) i beregningene ovenfor er i løpende priser. Opprinnelig ønsket vi å benytte data for disse variable i faste priser, men slike data var ikke tilgjengelig. La oss betegne bruttoproduktet og de to innsatsfaktorene i faste priser med henholdsvis (Y^*), (N^*) og (K^*). Med disse variable vil regresjon (3) være gitt ved:

(4) $\ln Y_t^* = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t^* + \theta_2 \ln K_t^* + v_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

Sammenhengen mellom variablene i faste og løpende priser tenker vi oss gitt ved:
$Y_t^* = p_Y(t) Y_t, \; N_t^* = p_N(t) N_t, \; K_t^* = p_K(t) K_t$.
Vi antar nå som en tilnærmelse at $p_Y(t) = p_N(t) = p_K(t) = e^{at}$, der $p_Y(t), \; p_N(t) \; og \; p_K(t)$ er de inverse av prisindeksene for henholdsvis bruttoprodukt, arbeidsinnsats og kapital.

Spørsmål 5

Vis med utgangspunkt i regresjon (4) at regresjonen for variablene i løpende priser da er gitt ved:

(5) $$\ln Y_t = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t + \theta_2 \ln K_t + (\theta_1 + \theta_2 - 1)at + v_t$$

Med regresjonen (5) som bakgrunnsmodell har vi estimert regresjonensligningen (6). Utskrift 3 viser resultatet av denne beregningen.

(6) $$\ln Y_t = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t + \theta_2 \ln K_t + \theta_3 t + v_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$$

Spørsmål 6

Kommenter denne utskriften. Foreslå et estimat på parameteren a.

Utskrift 1

Q(1) Modelling Y by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	978.209	614.5	1.59	0.121
N	0.758754	0.1075	7.06	0.000
K	1.06145	0.1615	6.57	0.000

sigma	1458.16	RSS	68039711.7
R^2	0.994157	F(2,32) =	2722 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	3
mean(Y)	29561.3	var(Y)	3.32685e+008

Utskrift 2

EQ(2) Modelling lnY by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	1.43853	0.2668	5.39	0.000
lnN	0.418199	0.1269	3.29	0.002
lnK	0.502027	0.1093	4.59	0.000

sigma	0.0495207	RSS	0.0784736406
R^2	0.995688	F(2,32) =	3694 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	3
mean(lnY)	10.0666	var(lnY)	0.51994

Covariance matrix of estimated parameters:

	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$
$\hat{\gamma}_0$	0.071175	-0.031825	0.026387
$\hat{\gamma}_1$	-0.031825	0.016114	-0.013822
$\hat{\gamma}_2$	0.026387	-0.013822	0.011956

Utskrift 3

Q(3) Modelling lnY by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	1.85979	0.3581	5.19	0.000
lnN	0.629433	0.1748	3.60	0.001
lnK	0.209687	0.2017	1.04	0.307
t	0.00939742	0.005512	1.70	0.098

sigma	0.0481085	RSS	0.07174717
R^2	0.996057	F(3,31) =	2611 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	4
mean(lnY)	10.0666	var(lnY)	0.51994

Covariance matrix of estimated parameters:

	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$
$\hat{\theta}_0$	0.12823	0.00058152	-0.017470	0.0013621
$\hat{\theta}_1$	0.00058152	0.030561	-0.034292	0.00068301
$\hat{\theta}_2$	-0.017470	-0.034292	0.040689	-0.00094526
$\hat{\theta}_3$	0.0013621	0.00068301	-0.00094526	3.0386e-005

Korrelasjonkoeffisienten mellom lnK og t er beregnet til 0.9575

ENGLISH VERSION

In order to describe the economic process taking place in an industry, economists usually use the variables, gross product to denote the value created, labour and real capital to denote the input of work and capital. The relationship between the variables is formally expressed by a production function:

(1) $Y = f(N, K)$

where Y denotes the industry's gross product, N the input of labour and K the input of real capital.

Question 1

For the purpose of studying the economic activity in an industry, you are asked to specify $f(N, K)$ explicitly for use in a regression analysis. Which properties do you think it will naturally to require for a specification of $f(N, K)$?

For the industry "Construction" the National Accounts provides us with data for gross product (Y), wages (N) and real capital (K). In the statistical analyses we have used wages as a proxy-variable for labour. Print 1 and Print 2 show the results of the two regressions:

(2) $Y_t = \beta_0 + \beta_1 N_t + \beta_2 K_t + u_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

(3) $\ln Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln N_t + \gamma_2 \ln K_t + \delta_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

Question 2

Comment briefly on the empirical results revealed in the two prints. Do these results confirm the properties you required for a specification of a production function (Question 1)?
Give an economic interpretation of the parameters γ_0, γ_1 *and* γ_2.

The elasticity of scale of a production process will often be important in discussing the economic activity in an industry. The elasticity of scale $\varepsilon(Y)$ is defined as the ratio between the relative change of the gross product $(\frac{dY}{Y})$ and the relative change of the input factors when the input factors get the same relative change, i.e. in our model when $\frac{dN}{N} = \frac{dK}{K}$. Thus in our model we can define the elasticity of scale by: $\varepsilon(Y) = (\frac{dY/Y}{dK/K})$ bearing in mind that $\frac{dN}{N} = \frac{dK}{K}$.

Question 3

Use specification (3) to show that the elasticity of scale for this production function is given by the sum $\gamma_1 + \gamma_2$.

Question 4

Use the information revealed in Print 2 to test the null hypothesis:

$H_0 : \gamma_1 + \gamma_2 = 1$ *mot* $H_A : \gamma_1 + \gamma_2 < 1$

Our data for gross product (Y), wages (N) and capital (K) in the calculations above are in current prices. Originally, we wished to use data for these variables in fixed prices, but such data were not available.

Let us denote data on the gross product and the two input factors in fixed prices by (Y^*), (N^*) and $K^*)$ respectively. With these variables the regression (3) will read:

(4) $\ln Y_t^* = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t^* + \theta_2 \ln K_t^* + v_t \quad t = 1, 2, ...35$

The relation between the variables in fixed and current prices are given by:

$Y_t^* = p_Y(t)Y_t,\ N_t^* = p_N(t)N_t,\ K_t^* = p_K(t)K_t,$

where $p_Y(t),\ p_N(t)$ *and* $p_K(t)$ are the inverses of the price indices for the gross product, the labour input and capital respectively.

Then, as an approximation we assume that: $p_Y(t) = p_N(t) = p_K(t) = e^{at}$.

Question 5

Show by using regression (4) that now the regression using the variables in current prices becomes:

(5) $\ln Y_t = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t + \theta_2 \ln K_t + (\theta_1 + \theta_2 - 1)at + v_t$

Taking regression (5) as a starting point we have estimated the regression equation (6) below. Print 3 shows the result of this regression.

(6) $\ln Y_t = \theta_0 + \theta_1 \ln N_t + \theta_2 \ln K_t + \theta_3 t + v_t \qquad t = 1, 2, ..., 35$

Question 6

Give your comments to the results of this regression. Propose an estimate of the parameter a.

Print 1

Q(1) Modelling Y by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	978.209	614.5	1.59	0.121
N	0.758754	0.1075	7.06	0.000
K	1.06145	0.1615	6.57	0.000

sigma	1458.16	RSS	68039711.7
R^2	0.994157	F(2,32) =	2722 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	3
mean(Y)	29561.3	var(Y)	3.32685e+008

Print 2

EQ(2) Modelling lnY by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	1.43853	0.2668	5.39	0.000
lnN	0.418199	0.1269	3.29	0.002
lnK	0.502027	0.1093	4.59	0.000

sigma	0.0495207	RSS	0.0784736406
R^2	0.995688	F(2,32) =	3694 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	3
mean(lnY)	10.0666	var(lnY)	0.51994

Covariance matrix of estimated parameters:

	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$
$\hat{\gamma}_0$	0.071175	-0.031825	0.026387
$\hat{\gamma}_1$	-0.031825	0.016114	-0.013822
$\hat{\gamma}_2$	0.026387	-0.013822	0.011956

Print 3

Q(3) Modelling lnY by OLS-CS (using 2data.utsatt.eksV05.xls)
The estimation sample is: 1 to 35

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	1.85979	0.3581	5.19	0.000
lnN	0.629433	0.1748	3.60	0.001
lnK	0.209687	0.2017	1.04	0.307
t	0.00939742	0.005512	1.70	0.098

sigma	0.0481085	RSS	0.07174717
R^2	0.996057	F(3,31) =	2611 [0.000]**

no. of observations	35	no. of parameters	4
mean(lnY)	10.0666	var(lnY)	0.51994

Covariance matrix of estimated parameters:

	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\theta}_3$
$\hat{\theta}_0$	0.12823	0.00058152	-0.017470	0.0013621
$\hat{\theta}_1$	0.00058152	0.030561	-0.034292	0.00068301
$\hat{\theta}_2$	-0.017470	-0.034292	0.040689	-0.00094526
$\hat{\theta}_3$	0.0013621	0.00068301	-0.00094526	3.0386e-005

The correlation coefficient between lnK and t is 0.9575