Jon Vislie; 28/11-05

Sensorveiledning ECON 3610/4610 høsten 2005

Dette er en type oppgave studentene har sett tidligere. Den begynner med en enkel struktur, som ikke bør skape for store problemer. Deretter øker vanskelighetsgraden, uten at denne blir for høy. Alle temaene som tas opp er sentrale; kun delspørsmål g) – det siste – har ikke direkte vært tatt opp, men kun i en litt annen variant i forbindelse med privatøkonomisk vs. samfunnsøkonomisk lønnsomhet under naturlig monopol.
For å kunne bestå, må vi kreve at kandidaten er i stand til å se hva allokeringsproblemet går ut på. Med andre ord: Minimum må være at de kan svare på a) og gi en i nærheten tolkning av betingelsen i b. Klarer de i tillegg b), og noe av c), da er vi i området D – E. Med c) besvart på en grei måte, og med problemstillingen i d) behandlet på en noenlunde tilfredsstillende måte, da er vi i området C – D. En sikker C har vi om kandidaten treffer noenlunde på a – e.
De som skal opp i sjiktet A – B, må selvsagt ha fullført delspørsmålene a – e på en overbevisende måte; og en får vurdere hvordan f og g behandles for å skille de beste fra de nest-beste.[1]

a) Vi har en modell med følgende variable: *x,n,e,E,c*; dvs. fem stykker i alt, og fire relasjoner. Det er én frihetsgrad som planleggeren kan utnytte i å løse følgende problem: $Max_{\,0\le e\le M}\left\{U(f(A,e),M-e):=W(e)\right\}$, der vi har brukt de fire betingelsene til å få redusert problemet til å finne et maksimum av *W(e)*. Velg bruken av den gitte energitilgangen, sammen med den gitte tilgangen på arbeidskraft, slik at nytten maksimeres, hensyn tatt til alle realøkonomiske sammenhenger.

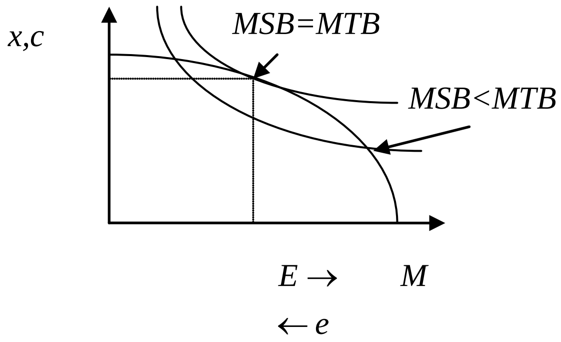
b) Under forutsetning av indre løsning for valg av *e*, er optimal allokering av energi bestemt av:

$$W'(e)=\frac{\partial U}{\partial c}\cdot\frac{\partial f(A,e)}{\partial e}-\frac{\partial U}{\partial E}=0\Leftrightarrow(5)\quad\frac{\dfrac{\partial U(c,E)}{\partial E}}{\dfrac{\partial U(c,E)}{\partial c}}=\frac{\partial f(A,e)}{\partial e}$$

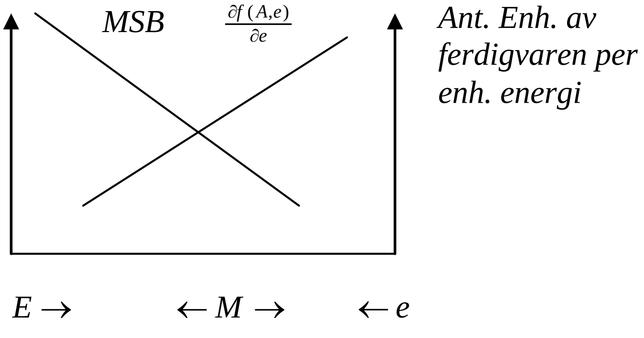
Den marginale substitusjonsbrøk mellom energi og konsum av ferdigvaren skal være lik grenseproduktiviteten av energi i produksjonen av ferdigvaren (kan tolkes som marginal transformasjonsbrøk mellom energi og ferdigvaren), når hele arbeidskraften benyttes. Venstre siden i (5) kan vi tolke som husholdningssektorens marginale betalingsvilje for energi (i enheter av

[1] Dette er en ex ante-betraktning; vi får vurdere disse kravene når vi har sett på noen besvarelser.

ferdigvaren) og som gir uttrykker det antall enheter av ferdigvaren husholdningene (maksimalt) er villig til å gi fra seg for å få én marginal energienhet, uten at nyttenivået går ned. Høyre side angir marginalavkastningen av energi (gitt at all arbeidskraft benyttes) i produksjonen av ferdigvaren. Tolkningen kan best gjøres i to typer av figurer:



Her er produksjonsmulighetene tegnet inn under den antakelse at energi er en essensiell faktor; $f(A,0)=0$; kan selvsagt ha noe produkt med $e = 0$, men ikke noe stort poeng. Hovedpoenget må være å få fram tangeringsbetingelsen (ikke mulig å nå et høyere nyttenivå), som i punktet markert i figuren med *MSB* = *MTB*. I punktet merket *MSB* < *MTB*, vil det antall enheter av ferdigvaren husholdningene i det minste må ha for å gi opp en marginal enhet energi (som overføres til produksjonen av ferdigvaren), være lavere enn hva denne marginale energienheten alternativt vil kaste av seg i produksjonen av ferdigvaren. Fra en slik situasjon er det mulig å øke velferden ved å bruke mindre energi i husholdningssektoren.
Vi kan også illustrere optimum i et badekardiagram; med bredde lik *M*, der *MSB* er tegnet som en synkende kurve av *E*, mens grenseproduktiviteten av energi i ferdigvareproduksjonen er synkende i *e*.



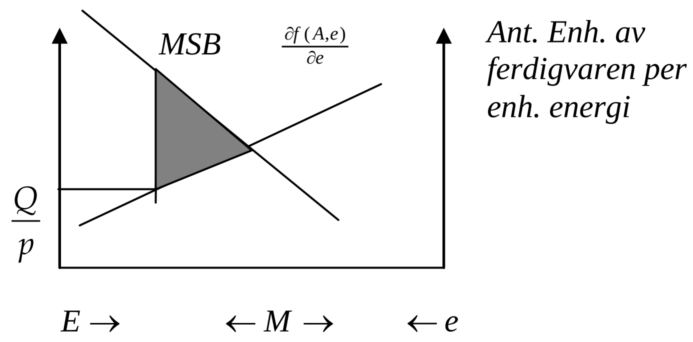
Forklaring av optimumsbetingelsen med bakgrunn i én av disse figurene må aksepteres.

c) Dette spørsmålet kan besvares på ulike nivåer. Minimumsløsningen er å henvise til Velferdsteoriens 1. hovedteorem; "enhver markedslikevekt er, under visse forutsetninger – ingen eksterne virkninger, ingen kollektive goder, ingen stordriftsfordeler – samfunnsøkonomisk effektiv". Den litt mer sofistikerte kandidat vil utlede etterspørsels- og tilbudssammenhenger på bakgrunn av tilpasningsbetingelsene.
Produsentene av ferdigvaren vil til prisen p på ferdigvaren, lønna w på arbeidskraft og prisen q på energi, tilpasse seg slik at: $Max_{(n,e)} \{pf(n,e) - wn - qe\}$. Under normale forhold, vil tilpasningen fullt og helt være beskrevet ved: $p\frac{\partial f(n,e)}{\partial n} - w = 0 = p\frac{\partial f(n,e)}{\partial e} - q$, som gir to betingelser til å fastlegge faktoretterspørselsfunksjoner $n(\frac{w}{p},\frac{q}{p})$ og $e(\frac{w}{p},\frac{q}{p})$. Disse inn i produktfunksjonen gir tilbudsfunksjonen $x(\frac{w}{p},\frac{q}{p}) := f(n(\frac{w}{p},\frac{q}{p}), e(\frac{w}{p},\frac{q}{p}))$ og den maksimale profitten $\pi = px(\frac{w}{p},\frac{q}{p}) - wn(\frac{w}{p},\frac{q}{p}) - qe(\frac{w}{p},\frac{q}{p}) := \Pi(p,w,q)$ som tilfaller eierne som en lump-sum inntekt. Husholdningssektoren, som eier alle bedrifter og alle ressurser, vil tilpasse seg etter følgende beslutningsregel: $Max_{(c,E)} \{U(c,E) | pc + qE = R\}$ der $R := wA + qM + \Pi(p,w,q)$; med tilpasningsbetingelse: $\frac{\frac{\partial U}{\partial E}}{\frac{\partial U}{\partial c}} = \frac{q}{p}$ som sammen med budsjettbetingelsen (og gitt R), gir to likninger til å bestemme etterspørselsfunksjonene $c(\frac{q}{p},\frac{R}{p})\ og\ E(\frac{q}{p},\frac{R}{p})$. Vi har følgende likevektsbetingelser; hvorav kun tre er uavhengige, pga. Walras' lov:

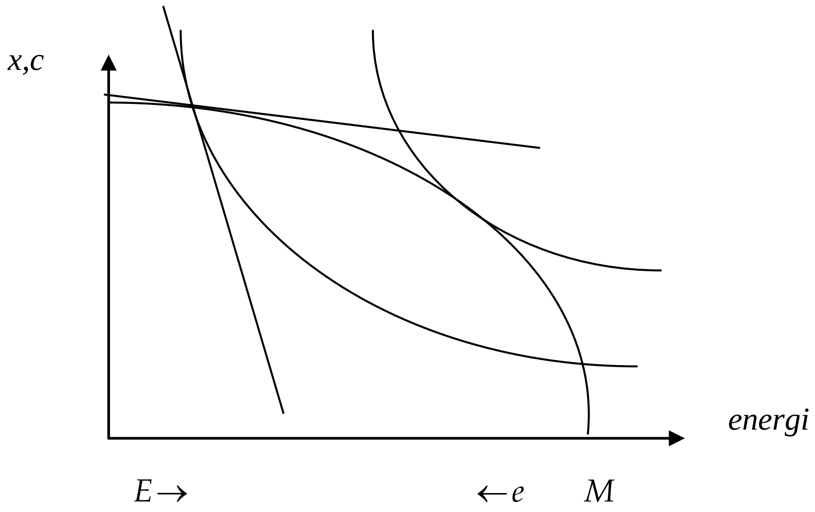
$$
\begin{aligned}
&n(\tfrac{w}{p},\tfrac{q}{p}) = A \\
&e(\tfrac{w}{p},\tfrac{q}{p}) + E(\tfrac{q}{p},\tfrac{R}{p}) = M \\
&c(\tfrac{w}{p},\tfrac{R}{p}) = x(\tfrac{w}{p},\tfrac{q}{p}) \\
&\tfrac{R}{p} = \tfrac{w}{p}A + \tfrac{q}{p}M + \tfrac{\Pi(p,w,q)}{p}
\end{aligned}
$$

Disse fastlegger hva $\left\{\frac{w}{p},\frac{q}{p},\frac{R}{p}\right\}$ må være for at vi skal ha generell likevekt. Til disse likevektsprisforholdene, med $n = A$, vil tilpasningen gi: $\frac{\partial f(A,e)}{\partial e} = \frac{q}{p} = \frac{\frac{\partial U}{\partial E}}{\frac{\partial U}{\partial c}}$; dvs. markedslikevekten vil implementere den effektive allokeringen. (Få vil kjøre fram hele maskineriet; men for å få uttelling, må vi kreve, om ikke annet, så oppstillingen av de to tilpasningsbetingelsene mot likevektsprisforholdet, når hele arbeidstilbudet utnyttes, som innebærer at (5) er oppfylt.)

d) Sett at bedriftssektoren blir gitt muligheten til å kjøpe energi til en (eksogent bestemt) pris lavere enn likevektsprisen. La den eksogent gitte bedriftsprisen være Q, hvilket da innebærer at prisen til husholdningssektoren må settes høyere så lenge vi krever at samlet bruk skal være lik samlet tilgang. (Vi kan illustrere dette tapet når vi ser bort fra inntektseffekter.)



Effektivitetstapet er skravert og viser at overforbruket av energi i bedriftssektoren har en kostnad i form av fortrengt forbruk av energi i husholdningssektoren med betalingsvilje over avkastningen av energi for enhver enhet brukt i bedriftssektoren utover (til venstre for) optimal allokering. Alternativt, og mer presist i og med at inntektseffekter også tas med, vil det være å se på likevekten i en figur av følgende type, når relativ energipris (i enheter av ferdigvaren) for bedriftssektoren $\frac{Q}{p}$ er lavere enn relativ energipris for husholdningssektoren $\frac{q}{p}$, slik vi har markert det i figuren med budsjettlinjer med forskjellige helninger (den bratteste svarer til budsjettlinjen for husholdningssektoren), der vi igjen har tegnet inn transformasjonskurven (mellom energi og ferdigvaren) sammen med indifferenskurver:



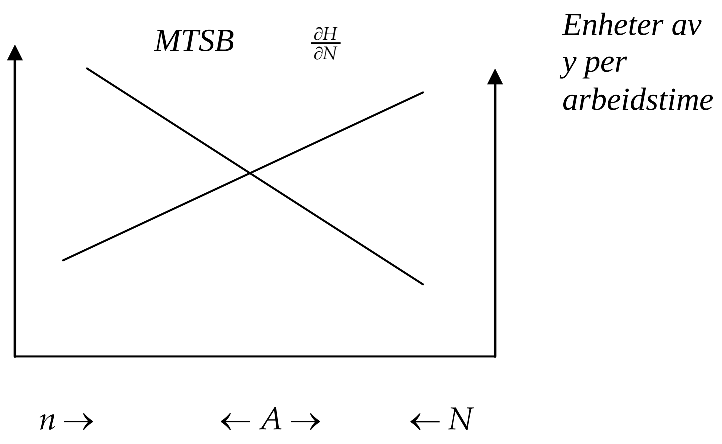
e) Med den nye teknologien og den negative eksterne virkningen, vil planleggingsproblemet være: Det er nå 8 variable (x, n, y, N, E, V, c, Y) og 6 relasjoner; det er to frihetsgrader, som utnyttes til å finne en entydig, optimal ressursbruk:

$$Max_{(n,V)} \left\{ \underbrace{u(F(n, \underbrace{H(A-n,V)}_{y=Y})}_{x=c}, M - V; V) := \Omega(n,V) \right\}$$

f) Allokeringen av arbeidskraft har kun betydning for hvor mye som kan produseres av ferdigvaren. Vi kan enten bruke arbeidskraft direkte (n) eller indirekte (som N) i produksjonen av Y. (8) gir, for gitt (og optimalt nivå på) V, den fordelingen av arbeidskraft som maksimerer tilgangen av ferdigvaren:
Et indre maksimum må være kjennetegnet ved:

$$\frac{\partial F(n,y)}{\partial n} + \frac{\partial F(n,y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial H(A-n,V)}{\partial N} \cdot (-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (8) \quad \frac{\frac{\partial F}{\partial n}}{\frac{\partial F}{\partial y}} = \frac{\partial H(N,V)}{\partial N}$$

Tolkning: Denne betingelsen sikrer at allokeringen er produksjonseffektiv; maksimal tilgang av den ene varen (x) for gitt tilgang av den andre. Marginalavkastningen av arbeidskraft brukt direkte i produksjonen av ferdigvaren, skal akkurat være lik marginalavkastningen av arbeidskraft brukt som innsatsfaktor i produksjonen av den produserte innsatsfaktoren Y som på sin side settes inn i produksjonen av ferdigvaren. Venstre side i (8) er *den marginale tekniske substitusjonsbrøk* i produksjonen av Y og angir hvor mange enheter av y som må erstatte – for gitt produktmengde – bortfallet av en marginal arbeidstime i produksjonen av x, mens høyre side angir hvor mye mer av Y som frembringes av en marginal arbeidstime i produksjonen av innsatsfaktoren. (Hvis det antall enheter av y som må erstatte en tapt arbeidstime i direkte produksjon, er lavere enn det antall enheter av Y som kan realiseres av en ekstra time i (indirekte) produksjon, da er det samfunnsøkonomisk lønnsomt å overføre arbeidstimer fra direkte bruk (n) til indirekte bruk (N). Denne betingelsen kan enkelt illustreres i et badekardiagram.

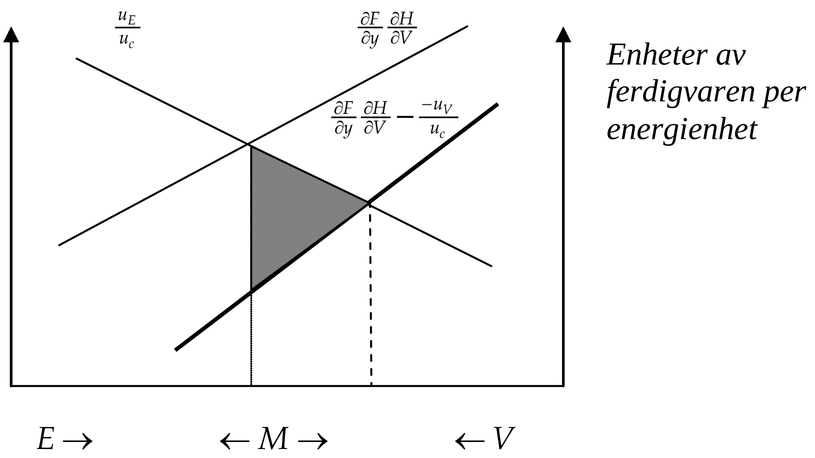


Den andre betingelsen er betingelsen for sammensetningseffektivitet. Setter vi $\frac{\partial \Omega}{\partial V} = 0$, gitt optimal fordeling av arbeidskraften, finner vi:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial V} = \frac{\partial u}{\partial c}\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial V} + \frac{\partial u}{\partial E}(-1) + \frac{\partial u}{\partial V} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (9) \quad \frac{\frac{\partial u}{\partial E}}{\frac{\partial u}{\partial c}} = \frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial V} - \frac{(-\frac{\partial u}{\partial V})}{\frac{\partial u}{\partial c}}$$

Venstre side i (9) er det privatøkonomiske bytteforholdet mellom ferdigvaren og energi brukt i husholdningen; dvs. hvor mye husholdningen i det minste må ha av ferdigvaren per enhets reduksjon i forbruket av energi; dvs. privat marginal betalingsvilje for energi. Høyre side består av to ledd: Det første er den direkte eller privatøkonomiske marginalavkastning av energi brukt i produksjonen av innsatsfaktoren (som på sin side settes inn i produksjonen av Y) i enheter av ferdigvaren, mens det andre leddet er den eksterne marginalkostnaden for husholdningssektoren, forårsaket av økningen i energibruken V. Denne eksterne marginalkostnaden er gitt ved det antall enheter av ferdigvaren som husholdningen må kompenseres med (for å holde samme nytte) per enhets økning i V. Dermed kan vi oppfatte høyre side i (9) som den samfunnsøkonomiske (eller den sosialt korrekte) marginalavkastningen av energi brukt for produksjonsformål. Den privatøkonomiske marginalavkastning av energi i produksjonen av ferdigvaren må justeres ned med det antall enheter av ferdigvaren som husholdningene i det minste må ha i kompensasjon for den ulempen de påføres. Denne korrekte marginalavkastning skal balanseres mot det privatøkonomiske bytteforholdet $\frac{\frac{\partial u}{\partial E}}{\frac{\partial u}{\partial c}}$ på husholdningssiden.

En alternativ tolkning er å skrive betingelsen som: $\frac{\frac{\partial u}{\partial c}}{\frac{\partial u}{\partial E}} = \frac{(1+\frac{-\frac{\partial u}{\partial V}}{\frac{\partial u}{\partial E}})}{\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial V}}$ der venstre side angir privatøkonomisk marginal betalingsvilje for ferdigvaren i enheter av energi. Denne skal balanseres mot en korrigert marginal transformasjonsbrøk, med $\frac{1}{\frac{\partial F}{\partial y}\frac{\partial H}{\partial V}}$ som det realøkonomiske bytteforholdet *i fravær av ekstern virkning*, dvs. det antall enheter energi som kreves per enhets produksjon av ferdigvaren. Men telleren i brøken; dvs. leddet $1+\frac{(-\frac{\partial u}{\partial V})}{\frac{\partial u}{\partial E}} > 1$; et ubenevnt tall, er en korreksjonsfaktor som blåser opp det realøkonomiske bytteforholdet (eller marginalkostnad) som følge av den negative eksterne virkningen. Vi kan illustrere betingelsen i (9) som:



Vi har skravert effektivitetstapet ved den uregulerte markedsløsningen. Optimal bruk av den gitte energimengden innebærer mer bruk av energi for husholdningsformål enn hva som vil bli realisert i en uregulert markedslikevekt.

g) I en uregulert markedsøkonomi vil produsentene av Y-varen velge å ta i bruk den nye teknologien om dette gir høyere profitt enn ved den gamle teknologien. Imidlertid, dersom den eksterne kostnaden er tilstrekkelig høy, vil det kunne være samfunnsøkonomisk ulønnsomt at produsentene tar den nye teknologien i bruk. Dersom de var blitt stilt overfor den optimale avgiften, ville de kunne finne ut at den gamle teknologien var privatøkonomisk mest lønnsom. Uten inngrep vil produsentene ene og alene vurdere valg av teknologi ut fra profitt. Men dersom nedgangen i konsumentoverskudd er større enn økningen i profitt, vil det ikke være ønskelig at den nye teknologien tas i bruk, selv om det er privatøkonomisk lønnsomt.