Løsningsforslag til eksamen ECON3610/4610: Samfunnsøkonomisk lønnsomhet og økonomisk politikk, høst 2008

Start med å lese gjennom hele oppgaven. Sørg for å sette av nok tid til å svare på de spørsmålene du finner lette. Det er mulig å få en god karakter selv om du ikke svarer på absolutt alt.

1) Hva menes med at en situasjon er Paretooptimal?

Svar: At det ikke er mulig å øke nytten til minst én person uten at minst én annen persons nytte reduseres. (Ingen kan få det bedre uten at minst en annen samtidig får det verre.)

2) Det første sentrale velferdsteoremet sier at enhver perfekt frikonkurranselikevekt er Paretooptimal. Forklar kort, med dine egne ord, hva dette betyr, og hvorfor det må være slik.

Svar: En perfekt frikonkurranselikevekt er en markedslikevekt som er oppstått i en situasjon uten markedssvikt: Konsumentene maksimerer sin nytte og produsentene maksimerer sin profitt, alle betrakter alle priser som eksogent gitt (dvs ingen markedsmakt); perfekt informasjon; ingen eksterne effekter; ingen fellesgoder; det finnes markeder for alle goder. Med andre ord er dette en situasjon der likevektsprisene reflekterer alle velferdsrelevante (relative) kostnader og gevinster. Det første sentrale velferdsteoremet sier at denne situasjonen er Paretooptimal, dvs ingen kan få det bedre uten at noen får det verre. Dette er "den usynlige hånd": Fordi relative priser reflekterer alle velferdsrelevante forhold ved godene (relativt til andre goder), vil profittmaksimering føre til at godene produseres på en kostnadseffektiv måte (produksjonseffektivitet), fri byttehandel føre til at godene ender hos de personer som verdsetter dem høyest (bytteeffektivitet), mens prismekanismen (mer etterspurte varer vil oppnå høyere priser) vil sørge for at de varene som produseres nettopp er de som er mest etterspurt (sammensetningseffektivitet).

(Det vil være ulike akseptable måter å besvare dette spørsmålet. Men studentene bør forklare hva en perfekt frikonkurranselikevekt er, og gi en intuisjon på hvorfor likevekten er Paretooptimal.)

3) Betrakt følgende økonomi:

$$U_A = u_A(x_A, y_A) \tag{1}$$

$$U_B = u_B(x_B, y_B) \tag{2}$$

$$x = f(N_1),\ \text{der } f' > 0,\ f'' < 0 \tag{3}$$

$$y = g(N_2),\ \text{der } g' > 0,\ g'' < 0 \tag{4}$$

$$x = x_A + x_B \tag{5}$$

$$y = y_A + y_B \tag{6}$$

$$N_1 + N_2 = N \tag{7}$$

Her er U_i = konsument i's nytte , u_i-funksjonene er kvasikonkave og stigende i begge argumenter, x_i er konsument i's konsum av x-varen, og y_i er konsument i's konsum av y-varen (her er $i = A, B$). x er total mengde av x-varen, y er total mengde av y-varen. Begge disse varene er private goder. N_j er bruk av arbeidskraft i produksjonssektor j ($j = 1, 2$), og N er totalt arbeidstilbud, som vi antar er eksogent gitt. Anta videre at konsument A eier produksjonsbedriftene og mottar all profitt, mens konsument B mottar all lønn.

Vis at det første sentrale velferdsteoremet gjelder i denne økonomien.

Svar: Det enkleste er å betrakte problemet som om det bare er to produsenter og to konsumenter, men at hver av disse betrakter alle priser (inkludert lønn) som eksogent gitt. Husholdningene betrakter også inntektene sine som eksogent gitt. Hvis det første sentrale velferdsteorem skal holde i denne økonomien, må markedslikevekten som oppstår når konsumentene maksimerer sin nytte, mens produsentene maksimerer sin profitt, være Paretooptimal. Vi må derfor studere både markedslikevekten og den Pareto-optimale løsningen, og deretter sammenlikne dem.

La oss starte med markedslikevekten. Betrakt først konsumentene.

Konsument i vil maksimere sin nytte, $U_i = u_i(x_i, y_i)$, med hensyn på sitt konsum av x- og y-varen, gitt i's budsjettskranke

$$px_i + qy_i = R_i$$

der p og q er de gitte markedsprisene på hhv. x- og y-varen. For husholdning A er $R_A = \pi_1 + \pi_2$, der π_j er profitten i sektor j, mens vi har $R_B = wN$, der w er lønn. For begge gjelder det imidlertid at R_i er eksogent gitt; vi trenger derfor ikke å skille mellom A og B i utledningen nedenfor. Løser (f.eks.) ved Lagranges metode, og antar indre løsning:

$$\mathcal{L} = u_i(x_i, y_i) - \lambda(px_i + qy_i - R_i)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} &= \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda p = 0 \qquad (8) \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i}/p &= \lambda \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_i} = \frac{\partial u_i}{\partial y_i} - \lambda q = 0 \tag{9}$$

Setter inn fra (8) i (9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial y_i} - [\frac{\partial u_i}{\partial x_i}/p]q &= 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_i}/\frac{\partial u_i}{\partial y_i} &= p/q \end{aligned}$$

Begge konsumentene vil altså tilpasse seg til gjeldende priser og inntekter slik at den marginale substitusjonsbrøken mellom de to godene er lik den relative prisen.

Vi betrakter nå produsentene, som begge maksimerer sin profitt. For produsent 1 blir problemet:

$$\text{Max } \pi_1 = px - wN_1 = pf(N_1) - wN_1$$

mhp. N_1. Deriverer dette, og setter lik null (antar indre løsning):

$$\begin{aligned} pf' - w &= 0 \\ pf' &= w \end{aligned}$$

Helt tilsvarende vil gjelde for produsent 2, slik at vi også får $qg' = w$. Begge produsentene vil altså tilpasse seg den gitte lønna. Dette innebærer

$$\begin{aligned} pf' &= qg' \\ p/q &= g'/f' \end{aligned}$$

Produsentene vil derfor tilpasse seg slik at den marginale transformasjonsbrøk, dvs. forholdet mellom grenseproduktivitetene i de to sektorene, er lik relative priser. Sammen med konsumenttilpasningen gir dette

$$g'/f' = \frac{\partial u_A}{\partial x_A} \Big/ \frac{\partial u_A}{\partial y_A} = \frac{\partial u_B}{\partial x_B} \Big/ \frac{\partial u_B}{\partial y_B}$$

eller at den marginale transformasjonsbrøk blir lik den marginale substitusjonsbrøk, og dette holder for begge konsumenter.

Vi må nå se om dette er Paretooptimalt. Paretooptimum (planleggingsløsningen, eller realløsningen) finner vi ved å maksimere den ene konsumentens nytte (f.eks. A's) mens vi holder den andre konsumentens nytte konstant:

$$\text{Max } u_A(x_A, y_A) \text{ gitt (3) – (7) og } u_B(x_B, y_B) = U_B^0.$$

der U_B^0 er eksogent gitt.

Setter (f.eks.) inn i A's nyttefunksjon fra (5) og (6), og setter deretter inn fra (3), (4) og (7):

$$\begin{aligned} u_A(x_A, y_A) &= u_A(x - x_B, y - y_B) \\ &= u_A(f(N_1) - x_B, g(N_2) - y_B) \\ &= u_A(f(N_1) - x_B, g(N - N_1) - y_B) \end{aligned}$$

Maksimerer dette mht N_1, x_B, og y_B under bibetingelsen $u_B(x_B, y_B) = U_B^0$. Dette gir Lagrangeuttrykket

$$\mathcal{L}^2 = u_A(f(N_1) - x_B, g(N - N_1) - y_B) - \mu(u_B(x_B, y_B) - U_B^0).$$

Derivasjon gir (forutsetter indre løsning)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}^2}{\partial N_1} &= \frac{\partial u_A}{\partial x_A} f' + \frac{\partial u_A}{\partial y_A}(-1)g' = 0 \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} f' &= \frac{\partial u_A}{\partial y_A} g' \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} / \frac{\partial u_A}{\partial y_A} &= g'/f'\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}^2}{\partial x_B} &= (-1)\frac{\partial u_A}{\partial x_A} - \mu \frac{\partial u_B}{\partial x_B} = 0 \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} &= -\mu \frac{\partial u_B}{\partial x_B} \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} / \frac{\partial u_B}{\partial x_B} &= -\mu\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}^2}{\partial y_B} &= (-1)\frac{\partial u_A}{\partial y_A} - \mu \frac{\partial u_B}{\partial y_B} = 0 \\ \frac{\partial u_A}{\partial y_A} &= -\mu \frac{\partial u_B}{\partial y_B} \\ \frac{\partial u_A}{\partial y_A} / \frac{\partial u_B}{\partial y_B} &= -\mu\end{aligned} \tag{12}$$

Setter dette inn i (11) og får

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_A}{\partial x_A} / \frac{\partial u_B}{\partial x_B} &= \frac{\partial u_A}{\partial y_A} / \frac{\partial u_B}{\partial y_B} \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} / \frac{\partial u_A}{\partial y_A} &= \frac{\partial u_B}{\partial x_B} / \frac{\partial u_B}{\partial y_B}\end{aligned}$$

som sammen med (10) gir

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_A} / \frac{\partial u_A}{\partial y_A} = \frac{\partial u_B}{\partial x_B} / \frac{\partial u_B}{\partial y_B} = g'/f'$$

som faller sammen med vår karakterisering av markedsløsningen.

Vi finner derfor at kravet til en Paretooptimal ressursallokering, nemlig at den marginale transformasjonsbrøk skal være lik den marginale substitusjonsbrøk for begge konsumenter, faller sammen med beskrivelsen av markedsløsningen som vi fant over.

4) Forklar forskjellen på private goder og fellesgoder. Gi minst ett eksempel på hver av disse to godetypene, og forklar hvorfor du mener eksemplene dine er illustrerende.

Svar: Private goder er goder som er rivaliserende (mitt konsum utelukker ditt konsum) og ekskluderbare (det er mulig å hindre andre i å konsumere godet).

Et eksempel er sukker. Du kan ikke spise en skje sukker som jeg allerede har spist (rivalisering), og butikken kan nekte meg å ta med sukkerposen før jeg har betalt (ekskluderbarhet). Fellesgoder er ikke-ekskluderbare og ikke-rivaliserende. Et eksempel er et lands forsvar: At du nyter godt av å bli forsvart, ødelegger ikke min mulighet til å bli forsvart (ikke-rivalisering), og hvis jeg ikke betaler min skatt, er det likevel ikke mulig å hindre meg i å nyte godt av forsvaret (ikke-ekskluderbarhet). (Definisjonen her gjelder perfekte fellesgoder. De fleste fellesgoder er ikke-perfekte, dvs. de har visse elementer av rivalisering, f.eks. ved trengsel, og/eller ekskluderbarhet, f.eks. ved adgangsbilletter, dekodere for mottak av tv-signaler, etc.).

5) Betrakt modellen fra 3) på nytt. Vi skal nå se på situasjonen der y-godet er et fellesgode. Kall dette fellesgodet G. Vi vil bruke det samme modelloppsettet til å analysere dette, men må da se bort fra (fjerne) likning (6), og dessuten sette $y_A = y_B = y = G$. Modellen kan derfor nå skrives slik (*merk: likningsnummer nedenfor avviker fra likningsnummer i oppgaveteksten, grunnet automatisk formatering i programmet som er brukt til å skrive denne fasiten. Likningsnummer* (13) - (18) *nedenfor tilsvarer likning* (8) - (13) *i oppgaveteksten*):

$$U_A = u_i(x_A, G) \tag{13}$$

$$U_B = u_i(x_B, G) \tag{14}$$

$$x = f(N_1), \text{ der } f' > 0,\ f'' < 0 \tag{15}$$

$$G = g(N_2), \text{ der } g' > 0,\ g'' < 0 \tag{16}$$

$$x = x_A + x_B \tag{17}$$

$$N_1 + N_2 = N \tag{18}$$

Hva kjennetegner den velferdsmaksimerende ressursallokeringen i denne økonomien, gitt at vi bruker en utilitaristisk velferdsfunksjon (og antar at det bare finnes én konsument av hver type)?

Svar:

Problemet er nå:

$$\text{Max } W = U_1 + U_2$$

gitt (13) - (18).

Setter inn i velferdsfunksjonen:

$$\begin{aligned} W &= U_1 + U_2 = u_A(x_A, G) + u_B(x_B, G) \\ &= u_A(f(N_1) - x_B, g(N - N_1)) + u_B(x_B, g(N - N_1)) \end{aligned}$$

Maksimerer dette ved å derivere mhp. N_1 og x_B og sette de deriverte lik null (antar indre løsning):

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x_B} &= (-1)\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial u_B}{\partial x_B} = 0 \\ \frac{\partial u_A}{\partial x_A} &= \frac{\partial u_B}{\partial x_B} \end{aligned}$$

Dette er kravet om optimal fordeling av privat konsum: Grensenytten av konsum skal være lik for de to husholdningene.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial N_1} &= \frac{\partial u_A}{\partial x_A} f' + (-1)\frac{\partial u_A(x_A, G)}{\partial G} g' - \frac{\partial u(x_B, G)}{\partial G} g' = 0 \\
\frac{\partial u}{\partial x_A} f' &= \frac{\partial u(x_A, G)}{\partial G} g' + \frac{\partial u_B(x_B, G)}{\partial G} g' \\
f'/g' &= [\frac{\partial u_A(x_A, G)}{\partial G} + \frac{\partial u_B(x_B, G)}{\partial G}]/\frac{\partial u_A}{\partial x_A} \\
f'/g' &= [\frac{\partial u_A(x_A, G)}{\partial G}/\frac{\partial u_A}{\partial x_A}] + [\frac{\partial u_B(x_B, G)}{\partial G}/\frac{\partial u_B}{\partial x_B}]
\end{aligned}$$

I siste linje bruker vi at $\frac{\partial u_A}{\partial x_A} = \frac{\partial u_B}{\partial x_B}$.

Tolkning: I velferdsoptimum skal den marginale transformasjonsbrøk (merk: Her er den snudd på hodet i forhold til over, så dette er nå MTB for G,x, og ikke x,G) skal være lik summen av konsumentenes MSB. Med andre ord skal de realøkonomiske kostnadene ved å skaffe mer fellesgode på marginen være lik summen av enkeltindividenes marginale (relative) verdsetting av fellesgodet. I tillegg skal konsumfordelingen ("inntektsfordelingen") være slik at begge individer har like stor nytte av litt mer konsum. Hvis dette ikke realiseres ved at den ene konsumenten får all profitt og den andre får all lønnsinntekt, må det omfordeles ved hjelp av lumpsum-skatter.

6) Er det grunn til å tro at denne velferdsmaksimerende ressursallokeringen vil bli realisert i et uregulert marked? Begrunn svaret ditt (en kort, verbal forklaring er tilstrekkelig).

Svar:

Nei. Det er to hovedgrunner til det. For det første vil konsumentene i en markedsløsning kunne bidra med noe fellesgode frivillig dersom de kan få kjøpt det i markedet, men de vil generelt kjøpe for lite, for de vil ikke ta hensyn til at godet også gir nytte for den andre konsumenten. For det andre, fordi vi her ser på velferdsmaksimum og ikke bare Paretoeffektivitet, får vi også et krav om optimal konsumfordeling. Det er ingen grunn til å tro at markedet vil gi akkurat denne konsumfordelingen uten inngripen fra en omfordelende myndighet; det vil bare skje hvis den initiale inntektsfordelingen faktisk er optimal.