UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

PRØVEEKSAMEN: Eksamen FYS1100 Mekanikk og modellering, høst 2022
Dato: ??? (4 timer)
Oppgavesettet er på: **3 sider**
Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator; Rottman: "Matematisk formelsamling"

Husk at alle svar skal begrunnes. Riktige svar uten begrunnelse gir ikke poeng!

Oppgave 1 Fermiproblem

Hvor mange gresstrå er det på en fotballbane? Anslå størrelsesordenen, og forklar alle antagelser du gjør. Her vurderes primært fornftige antagelser og ressonnement. Det er størrelsesordenen som er viktig her, ikke eksakte tall.

Oppgave 2

Finn løsningen til differensiallikninga

$$\dot{x} = -x^2$$

med initialbetingelsen $x(0) = 1$.

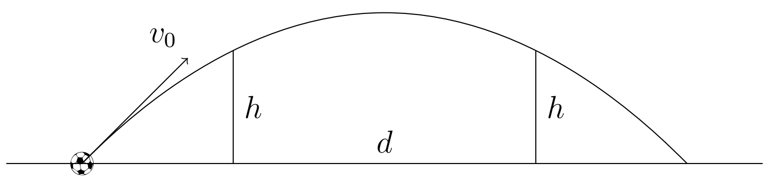
Oppgave 3

Finn Taylorpolynomet av grad 2 til funksjonen

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$$

om punktet $a = 1$.

Oppgave 4



En fotballspiller sparker ballen med farta v_0 i en vinkel på 45° (slik at den får maksimal rekkevidde). Hun ønsker å sparke den slik at den akkurat passerer over hodet til to motspillere, som står i en avstand d fra hverandre, med høyden h (se figur). Vi ser bort fra luftmotstand.

a) Vis at avstanden mellom de to motspillerne er på formen

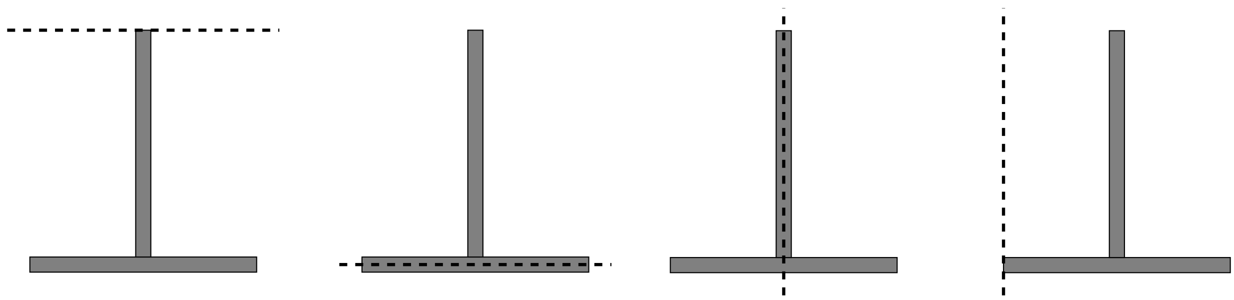
$$d = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 - cgh}.$$

Finn verdien til c i denne formelen.

b) Skisser en graf som viser d som en funksjon av v_0. Beskriv grafen og diskuter de fysiske betingelsene for at grafen (og dermed uttrykket for d) skal være gyldig.

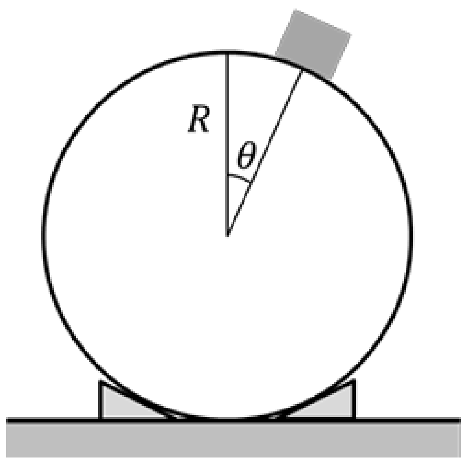
Oppgave 5

Fire T-er er laget av to identiske staver med samme masse og lengde. Rangér treghetsmomentene I_a til I_d for rotasjon om den stiplede linjen fra det største til det minste. Forklar resonnementet ditt og begrunn rekkefølgen.



(a) (b) (c) (d)

Oppgave 6



En liten blokk befinner seg på toppen av en stor kule. Kulen er festet til gulvet og beveger seg ikke. Det er ingen friksjon mellom blokken og overflaten av kulen, og heller ingen luftmotstand. Blokken får en liten puff og begynner å skli fra det høyeste punktet på kulen til den ene siden.

a) Tegn et frilegeme-diagram for blokken og navngi kreftene når den har beveget seg en vinkel θ fra toppen.

b) Finn farten til blokken som en funksjon av vinkelen θ.

c) Finn vinkelen når blokken mister kontakt med overflaten av kulen.

d) Vis at vinkelen θ som funksjon av tida tilfredsstiller differensiallikninga

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{R} \sin\theta \tag{1}$$

e) Skriv et program som beregner $\theta(t)$ ved å numerisk integrere likning (1). Det er ikke nødvendig å skrive hele programmet, men det er nok å skrive initialverdier og selve integrasjonsløkka. La programmet stoppe når blokken forlater kuleflata. Forklar metoden du bruker og alle antagelser du gjør.

f) Nå erstatter vi blokken med ei lita kule. Nå antar vi også at det er friksjon mellom overflaten på den store og den lille kula, og den lille kula triller uten å skli nedover den store kula. Vil nå vinkelen der den mister kontakten med overflaten til kula være større, lik eller mindre enn den du fant for klossen?

Oppgave 7

En student står på en stol med armene utstrakt og en vekt i hver hånd. Stolen roterer uten friksjon. Når hun drar inn armene blir treghetsmomentet mindre og vinkelhastigheten hennes øker på grunn av spinnbevaring. Hva skjer hvis hun slipper vektene istedenfor å dra inn armene? Vil vinkelhastigheten øke, minke eller forbli det samme?

Oppgave 8

Saturn har omtrent samme tyngdeakselerasjon på overflaten som Jorden. Vil da en satellitt ved Saturns overflate også ha samme unnslipningsfart som en satellitt ved Jordens overflate? Unnslipningsfarta er den farta du må kaste noe oppover fra overflaten for at den aldri skal komme ned igjen (den når uendelig avstand fra planeten).