

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Skriftlig eksamen i FYS1100 Mekanikk og modellering, høst 2025

Dato: Fredag 19. desember 2025, kl. 9:00-13:00 (4 timer)

Oppgavesettet er på: 3 sider + et formelark.

Tillatte hjelpemidler:

Rottmann: "Matematisk formelsamling".

Elektronisk kalkulator av godkjent type.

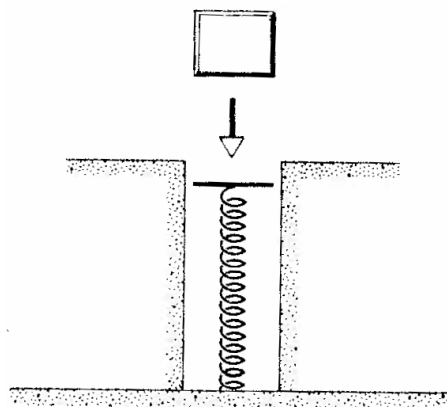
Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å svare på spørsmålene.

Husk at alle svar må begrunnes!

Alle deloppgaver teller likt. **Lykke til!**

Oppgave 1 Kloss og fjær

En kloss med massen 263 g slippes mot ei vertikal fjær med fjærkonstant $k = 2,52 \text{ N/cm}$ (dvs. at kraften er $F = kx$ der x er hvor langt fjæra er presset sammen).



Klossen presser sammen fjæra, og farten er blitt null når fjæra er presset sammen 11,8 cm. I hele denne oppgava kan du se bort fra luftmotstanden.

- Hva var farten til klossen rett før den traff fjæra?
- Hvis denne farten hadde vært dobbelt så stor, hvor langt ville fjæra da blitt presset sammen?

Oppgave 2 Kloss og kule på skråplan

Du har et uendelig langt friksjonsløst skråplan med helningsvinkel θ_1 . På planet plasserer du en kloss med massen m . Vi antar at luftmotstanden på klossen følger loven $F = kv^2$, der k er en konstant og v er farta til klossen.

- a) Tegn et frilegemediagram for klossen når den beveger seg. Husk å markere og navngi alle kreftene.
- b) Finn et uttrykk for terminalfarta ved de oppgitte størrelsene.

Vi tenker nå at du ikke kjenner m og k for klossen. Du gjør et forsøk og måler terminalfarta til å være v_1 . Du stiller nå skråplanet i en annen vinkel θ_2 .

- c) Hvilken verdi vil du nå ha for terminalfarta? Uttrykk svaret ved v_1 , θ_1 og θ_2 .

Du har et annet skråplan med friksjon som du stiller i samme vinkel θ som det friksjonsløse. På dette skråplanet lar du ei kule med radien r trille nedover. Friksjonen er tilstrekkelig stor til at kula hele tida triller uten å gli. Kula har samme massen m som klossen, og samme verdi k for luftmotstanden. Du kan bruke uten å vise det at treghetsmomentet til ei kule om en akse gjennom sentrum er $I = \frac{2}{5}mr^2$.

- d) Tegn et frilegemediagram for kula når den beveger seg. Husk å markere og navngi alle kreftene.
- e) Vi legger et koordinatsystem slik at x -aksen er parallell med skråplanet og med positiv retning nedover. Vis at differensiallikninga som beskriver bevegelsen til kulas sentrum er

$$\beta m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg \sin \theta - k \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

og bestem verdien til konstanten β (du skal ikke å løse denne likninga).

- f) Hvis vi slipper den fra ro, hva er akselerasjonen til kula i starten av bevegelsen?
- g) Vi starter klossen på det friksjonsløse skråplanet og kula samtidig på det med friksjon. Hva kan du si om størrelsesforholdet til terminalfartene som klossen og kula oppnår? Hvilken når sin terminalfart først? Her krever vi ikke noen svar i form av ekspisitte uttrykk for fart og tid, bare et resonnement som viser størrelsesforholdet.

Oppgave 3 Satellittbane

En satellitt med massen M går i en sirkulær bane rundt jorda (med massen M_J) i en avstand r_0 fra jordsenteret.

- a) Bruk dimensjonsanalyse til å finne et uttrykk for banefarta til satellitten og forklar hvilke antagelser du må gjøre.
- b) Finn et uttrykk for banefarta til satellitten basert på fysikkens lover (ikke bare dimensjonsanalyse).
- c) En liten meteoroid med massen m og farta v_m kommer rett mot jorda, treffer satellitten og setter seg fast i denne slik at begge fortsetter som ett legeme. Før sammenstøtet beveger meteoroiden seg i samme plan som satellittbanen og vinkelrett på satellittens fartsretning. Hva blir satellittens fartsvektor rett etter sammenstøtet?

- d) Skriv et program som numerisk beregner banen til satellitten etter sammenstøtet. Her trenger du ikke å skrive hele programmet, det holder å vise den numeriske integrasjoneløkken med riktig bruk av initialbetingelser og riktige uttrykk for kreftene som virker. Forklar også ditt valg av koordinater og de likningene som du trenger i koden. Her er vi interessert i banen for vilkårlig lang tid, og kan følgelig ikke se bort fra tyngdekrafta lengre.
- e) Du vil nå utvide programmet slik at det kan gjøre samme beregning som over, men for den mer generelle situasjonen at meteoroiden har en retning før sammenstøtet som ikke står vinkelrett på satellittens bane. Programmet skal ta utgangspunkt i fart og retning til meteoroiden og fra det finne de riktige initialbetingelsene som trengs for den videre bevegelsen. Du trenger bare å skrive den delen av koden som må endres fra oppgaven før, men du må forklare alle nye størrelser og formler som du trenger.

Oppgave 4 Romreise

En gang i framtida har menneskene konstruert et romskip som kan reise med $0,5c$. De sender ut en ekspedisjon for å kolonisere en planet ved en stjerne i en avstand 12 lysår fra jorda.

- a) Hvor lang tid tar reisa sett fra jordas referansesystem og sett fra romskipets referansesystem? Anta at romskipet akselerer fort slik at det går med konstant fart tilnærmet hele veien.

Rett etter avreise er det noen som finner opp en revolusjonerende ny rakettmotor, som gjør at de kan bygge et nytt romskip med fart $0,80c$. Det tar tid å bygge og klargjøre det, og det sendes av gårde 8 år etter det første.

- b) Hva er farta til det nye romskipet sett fra referansesystemet til det gamle?
- c) Hvilket av romskipene kommer først fram sett fra jordas referansesystem? Hvilket av romskipene kommer først fram sett fra det første romskipets referansesystem?

Når det andre romskipet er halvveis til stjerna (sett på sin egen klokke) sender det ut en radiomelding (som beveger seg med lysfarta) til det første romskipet for å gi beskjed om at de kommer.

- d) Tegn to romtidsdiagram som beskriver bevegelsen til jorda, stjernen, de to romskipene og signalet som sendes fra det ene til det andre. Det første diagrammet skal være sett fra et referansesystem der jorda og stjernen ligger i ro, mens det andre er fra et referansesystem der det første romskipet ligger i ro.
- e) Når vil det første romskipet motta meldingen fra det andre (sett på det første romskipets klokke)?