

Universitetet i Oslo

FYS1105 — Klassisk mekanikk

Oppgavesett Eksamen vår 2025

Oppgave 1 Tekstsvaroppgaver

a) Forklar med ord hvorfor det er flo (=høyvann) på to sider av jorda. Hvor mange ganger er det flo i Bergen i løpet av ett døgn (sånn ca.)? Hvis jorda ikke roterte rundt sin egen akse, hvordan ville situasjonen vært da?

b) Vi har to kuler med samme treghetsmoment, men ulik masse. Forklar hvordan dette er mulig. De to kulene slippes fra samme sted så de ruller ned en bakke. Hvilken av dem får størst fart i bunnen av bakken, den lette eller den tunge? Evt. får de like stor fart? Grunngi svaret.

(I denne oppgaven antar du at massefordelingen er kulesymmetrisk, dvs. bare avhengig av avstanden fra sentrum av kula.)

Oppgave 2 Diverse

a) Det har vært foreslått å høste energi fra jordas rotasjon. Hvis hele verdens energibehov skulle dekkles av denne kilden, hvor lang tid vil det ta før døgnet har blitt dobbelt så langt? Oppgitt: Verdens energibehov er ca. $6 \cdot 10^{20}$ J per år. Jordradius: 6400 km. Massen til jorda: $6 \cdot 10^{24}$ kg.

b) Vi ser på et system med kun én generalisert koordinat q . Den potensielle energien er $U(q)$, mens kinetiske energien kan skrives

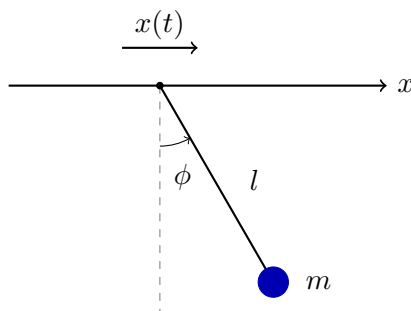
$$T = \frac{1}{2}A(q)\dot{q}^2, \quad (1)$$

der A er en vilkårlig funksjon. Generalisert driv defineres ved $p = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}$, og Hamiltonfunksjonen ved $\mathcal{H}(p, q) = p\dot{q} - \mathcal{L}$, der $\mathcal{L}$ er Lagrangefunksjonen. Vis at Hamiltonfunksjonen er lik totalenergien, og vis den ene av Hamiltons ligninger:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} = \dot{q}. \quad (2)$$

Oppgave 3 Pendel med drevet feste

En pendel med masse m og lengde l henger fra et festepunkt som flyttes av en ekstern kraft; posisjonen til festet langs x -aksen er gitt ved $x(t)$ (se figur). Denne funksjonen $x(t)$ er altså gitt; den er ikke en frihetsgrad eller noe man skal finne. Vinkelen til pendelen relativt til vertikalen er beskrevet av vinkelen ϕ . Vi ser bort fra eventuell masse eller friksjon til festepunktet og pendelsnora.



a) Finn Lagrangefunksjonen til systemet.

b) Finn den eksakte bevegelseslikningen for ϕ , og vis at den for små utslag kan skrives

$$\ddot{\phi} = -\omega_0^2 \phi - \frac{1}{l} \ddot{x}(t). \quad (3)$$

Finn et uttrykk for ω_0 fra de størrelsene som fins i oppgaven.

c) Aksel vurderer om bevegelseslikningen (3) kan stemme. Han argumenterer som følger: “Hvis vi lar $\ddot{x}(t)$ bli veldig stor, får vi

$$\ddot{\phi} \approx -\frac{1}{l} \ddot{x}(t).$$

Dette gir en stor, negativ vinkelakselerasjon, som vil få pendelen til å gå rundt festepunktet sitt med klokka med stadig større vinkelhastighet.” Har Aksel rett? Diskuter kort.

d) Vi ser nå på spesialtilfellet $\ddot{x}(t) = a$, der a er en konstant. Finn løsningen til bevegelseslikningen (3) når pendelen slippes ved $t = 0$ fra startposisjonen $\phi = 0$ med null fart.

Hint: Hvis du vet hvordan du løser slike difflikninger, kjør på. Hvis ikke, kan du velge å bruke følgende strategi: Definer funksjonen $u(t) = \phi(t) + \frac{a}{l\omega_0^2}$, og finn difflikningen som $u(t)$ tilfredsstiller.

e) Vurder om løsningen din i forrige deloppgave er rimelig på flere ulike måter. Spesielt vurder om vinkelen oscillerer rundt en riktig likevektsposisjon.

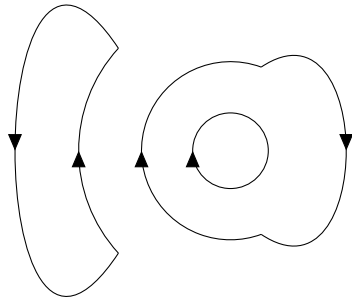
Oppgave 4 Flervalgsoppgaver

Til hvert av spørsmålene som er stilt nedenfor, er det foreslått 4 svar. Oppgi hvilket svar du mener er best dekkende for hvert spørsmål. Svarene skal ikke begrunnes.

a) Hva er riktig om corioliskraften?

1. Den har stor betydning for været på jorda.
2. Den kan utledes fra loven om massebevaring.
3. Den kan utledes fra loven om energibevaring.
4. Den gjelder bare ved lave temperaturer.

b) Feltlinjer for et vektorfelt som beskriver strømmen av et fluid er vist i figuren. Hva kan du si ut fra disse feltlinjene?



1. Det som er tegnet inn av feltlinjer viser et curlfritt felt.
2. Det som er tegnet inn av feltlinjer viser et divergensfritt felt.
3. Det som er tegnet inn av feltlinjer viser et curlfritt og divergensfritt felt.
4. Det som er tegnet inn av feltlinjer viser et felt med både curl og divergens forskjellig fra null.
5. Det som er tegnet inn av feltlinjer viser et kaldt felt med høy energi.

c) Massetettheten ρ og hastigheten $\mathbf{v}$ i et fluid tilfredsstiller $\oint_S \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} \neq 0$ for en lukket flate S . Hva kan du si om fluidet?

1. Inkompressibelt.
2. Inkompressibelt og ikke-viskøst.
3. Kompressibelt.
4. Curlfritt.
5. Stasjonært (altså i ro).
6. Stasjonært og ikke-viskøst.

d) En perle føres friksjonsfritt langs en ring med radius a . En slik føring er

1. konservativ
2. kanonisk
3. holonom
4. curlfri
5. inkompressibel
6. ikke-viskøs

e) Spennings tensoren i et stoff er

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma & s & 0 \\ s & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}, \quad (4)$$

der $\sigma > 0$ og $s > 0$. Hva er rett?

1. Stoffet utsettes for et (positivt) trykk, og skjærkrefter.
2. Stoffet utsettes for et (positivt) trykk, og ingen skjærkrefter.
3. Stoffet utsettes for en spenning som drar utover til alle kanter, og skjærkrefter.
4. Stoffet utsettes for en spenning som drar utover til alle kanter, og ingen skjærkrefter.
5. Stoffet deformeres og blir mindre (dvs. det blir komprimert).

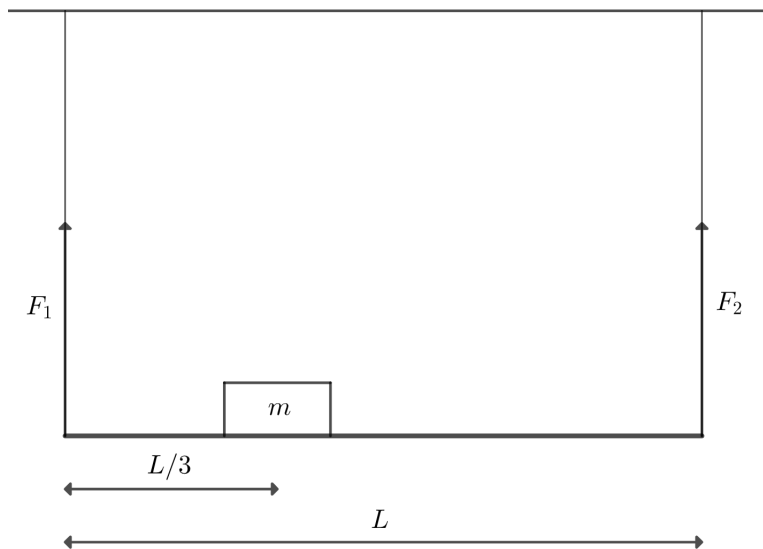
f) Hvilke(n) av disse fiktive kreftene er null når vi beveger oss horisontalt (langs bakken) på Nordpolen?

1. Corioliskraften
2. Sentrifugalkraften
3. Begge
4. Ingen av dem

g) En masse m ligger på en masseløs, horisontal plate, som henger fra taket etter to masseløse, vertikale snorer som er festet i hver sin ende av platen (se figur). Platen har lengde L , og massen ligger $L/3$ fra venstre ende.

Finn kreftene F_1 og F_2 i de to snorene.

1. $F_1 = mg/3$, $F_2 = 2mg/3$
2. $F_1 = 2mg/3$, $F_2 = mg/3$
3. $F_1 = F_2 = mg/2$
4. $F_1 = mg/4$, $F_2 = 3mg/4$
5. $F_1 = 3mg/4$, $F_2 = mg/4$
6. $F_1 = 3mg/4$, $F_2 = mg/3$



h) Anta at det bores et hull i foten av en demning, slik at hullet ligger 55 m under vannoverflaten. Hva er farten til vannet når det spruter ut av hullet? Se bort fra friksjon og viskositeten til vannet.

1. 39 m/s
2. 39 km/h
3. 26 m/s
4. 33 m/s
5. 25 km/h
6. 120 m/s
7. 310 km/h
8. 1100 m/s

i) Hvilket utsagn om *normalmodusene*, $\text{Re}(\mathbf{a}e^{i\omega t})$ (notasjonen forklares under “oscillatorer” i formelsamlingen), til et system av koblede oscillatorer er sant?

1. Alle normalmodusene har samme frekvens ω .
2. Hvis den opprinnelige konfigurasjonen til systemet er proporsjonal med $\mathbf{a}$ vil systemet holde seg til denne normalmodusen.
3. Løsningen for normalmodusene er kun gyldig for små utslag av de generaliserte koordinatene.
4. Uavhengig av initialbetingelser vil systemet utvikle seg mot en av normalmodusene.