

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: Fys1120 og Fys1120L

Tidsrom: Prøveeksamen 2025, 09:00 til 13:00

Oppgave 1: Ladninger

To ladninger ligger i vakuum. Ladningen $-Q$ ligger i punktet $(0, a, 0)$ og ladningen $+Q$ ligger i punktet $(0, -a, 0)$.

a) Hva blir det elektriske feltet i punktet $(0, 0, 0)$?

Vi plasserer så ytterligere to ladninger i systemet. En ladning $-Q$ i punktet $(0, 2a, 0)$ og en ladning $+Q$ i punktet $(0, -2a, 0)$.

b) Hva blir nå det elektriske feltet i origo?

Vi plasserer så ytterligere ladninger ut slik at det er en ladning $+Q$ i alle punktene $(0, -ia, 0)$ og en ladning $-Q$ i alle punktene $(0, +ia, 0)$ hvor $i = 1, 2, 3, \dots$. Det er altså uendelig mange ladninger.

c) Hva blir nå det elektriske feltet i origo.

Oppgave 2: Kule med hull

En kule er laget av et materiale med uniform ladningstetthet ρ . Kulen har en radius a og er plassert med sentrum i origo. Systemet er i vakuum.

a) Hva er det elektriske feltet utenfor kulen?

b) Hva er det elektriske feltet inne i kulen?

c) Vi lager så et kuleformet hull med radius $b < a$ og med sentrum i midten av kulen. Hva blir nå det elektriske feltet overalt i rommet?

Oppgave 3: Plane ladninger

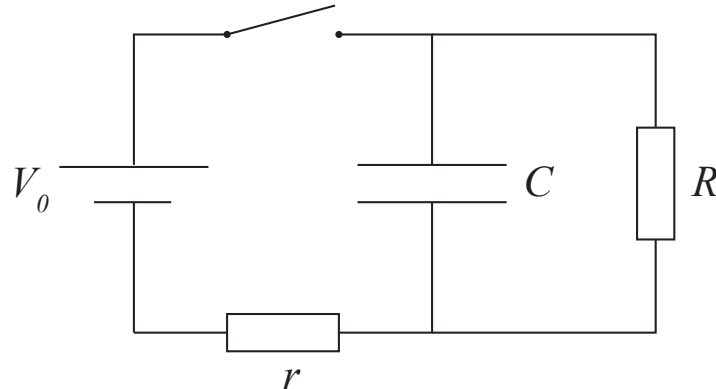
Et system består av en tynn plate med areal A og ladning $2Q$ som ligger parallellt med xy -planet i $z = a$ og en tynn plate med areal A og ladning $-Q$ som ligger parallellt med xy -planet i $z = -a$. Systemet er i vakuum. Du kan anta at avstanden mellom platene er svært liten sammenliknet med utstrekningen av platene, slik at du kan se bort fra kanteffekter.

a) Hva er det elektriske feltet langs z -aksen?

b) Hvis platen ved $z = -a$ har potensialet $V = 0$, hva er det potensialet til den øverste platen ved $z = a$?

Oppgave 4: Krets

Figuren viser en krets som består av et batteri, V_0 , en bryter, en kondensator C og to motstander R og r .



- Din venn Q sier at når bryteren er åpen som på figuren så kan det ikke gå noen strøm noe sted i kretsen. Har Q rett? Begrunn svaret ditt kort?
- Anta at bryteren har vært åpen (slik at det ikke går noe strøm gjennom bryteren) i svært lang tid. Så lukker vi bryteren. Hva blir spenningen V_1 over kondensatoren når systemet har nådd en stasjonær tilstand?
- Etter at systemet har nådd en stasjonær tilstand åpner vi bryteren (slik at det ikke går noen strøm gjennom bryteren). Hva er strømmen I_0 gjennom motstanden R umiddelbart etter at vi har åpnet bryteren?
- Finns en differensiallikning som vi kan løse for å finne spenningen over kondensatoren som funksjon av tiden etter at bryteren ble åpnet. (Du behøver ikke løse denne differensiallikningen).

Oppgave 5: Magnetisk felt i og rundt en kort solenoide

Vi skal i denne oppgaven studere det magnetiske feltet inne i og rundt en solenoide med strøm I og antall vindinger $M = 5$. Vi studerer først en enkelt sirkulær krets. Deretter setter vi sammen M kretser for å lage en modell for en solenoide.

- En sirkulær krets med radius a ligger i xy -planet med sentrum i origo. Det går en strøm I gjennom kretsen i positiv rotasjonsretning. Vis at det magnetiske feltet i origo blir

$$\mathbf{B}(0,0,0) = \frac{\mu_0 I}{2a} \hat{z}$$

Eksempel. Som hjelp til å løse oppgaven nedenfor kan du ta utgangspunkt i dette eksempelet.

Bidraget til det magnetiske feltet $d\mathbf{B}$ i punktet $\mathbf{r}$ fra et strømelement $I\Delta\mathbf{l}_i$ i punktet $\mathbf{r}_i$ er gitt av funksjonen `dBfield(r,ri,Idl)`

```
import numpy as np
def dBfield(r,ri,Idl):
    mu0 = 1.257e-6
    R = r - ri
    return mu0/(4*np.pi)*np.cross(Idl,R)/np.linalg.norm(R)**3
```

Det magnetiske feltet fra et strømelement Idl i origo rettet langs z -aksen kan visualiseres i xy -planet ved

```
import matplotlib.pyplot as plt
Idl = 1.0*np.array([0,0,1])
ri = np.array([0,0,0])
a = 0.1 # m
Lx, Ly, Nx, Ny = a,a,20,20
x = np.linspace(-Lx,Lx,Nx)
y = np.linspace(-Ly,Ly,Ny)
rx,ry = np.meshgrid(x,y,indexing='ij')
Bx = np.zeros_like(rx)
By = np.zeros_like(ry)
for ix in range(Nx):
    for iy in range(Ny):
        r = np.array([rx[ix,iy],ry[ix,iy],0])
        Bx[ix,iy],By[ix,iy],Bz = dBfield(r,ri,Idl)
plt.figure(figsize=(10,5))
plt.subplot(1,2,1)
plt.quiver(rx,ry,Bx,By)
plt.xlabel("$x$ (m)", plt.ylabel("$y$ (m)")
plt.subplot(1,2,2)
plt.streamplot(rx.T,ry.T,Bx.T,By.T)
plt.xlabel("$x$ (m)", plt.ylabel("$y$ (m)"))
```

En sirkulær strømkrets. Vi ser først på et system som består av en sirkulær krets med strøm I og radius a som ligger i xy -planet med sentrum i origo.

b) Skriv en funksjon “`Bcircle(r,r0,a,I,N)`” som finner det magnetiske feltet $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ i punktet $\mathbf{r}$ fra en sirkelformet krets med en strøm I som har en radius a og ligger i et plan parallelt med xy -planet med sentrum i punktet $\mathbf{r}_0$. Her er N antall diskrete elementer som brukes til å beskrive sirkelen. Det er tilstrekkelig å bruke f.eks. $N = 100$.

c) Skriv et kort program som bruker funksjonen din til å sammenlikne resultatet fra funksjonen med det eksakte resultatet fra oppgave (a) ved å bruke $a = 0.1\text{m}$, $I = 1\text{A}$.

En kort solenoide. Vi skal nå se på en kort solenoide som består av M sirkulære kretser som ligger i plan parallelle med xy -planet. De har radius a og sentrum på z -aksen. Kretsene

er plassert ut slik at de er jevnt fordelt fra $z = a$ til $z = -a$. Den samme strømmen I går i positiv retning i alle de M kretsene.

d) Skriv en funksjon “Bsolenoid(r, a, I, N, M)” som finner det magnetiske feltet $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ fra en solenoide som beskrevet ovenfor og som består av M sirkulære kretser. Tallet N angir antall elementer som brukes til å beskrive hver enkelt sirkulære krets.

e) Bruk funksjonen “Bsolenoid” til å skrive et kort program som visualiserer det magnetiske feltet i xz -planet for $M = 5$. Velg et utsnitt som du tenker er passende. Fig. 1 viser det resulterende plottet fra et program som er skrevet riktig.

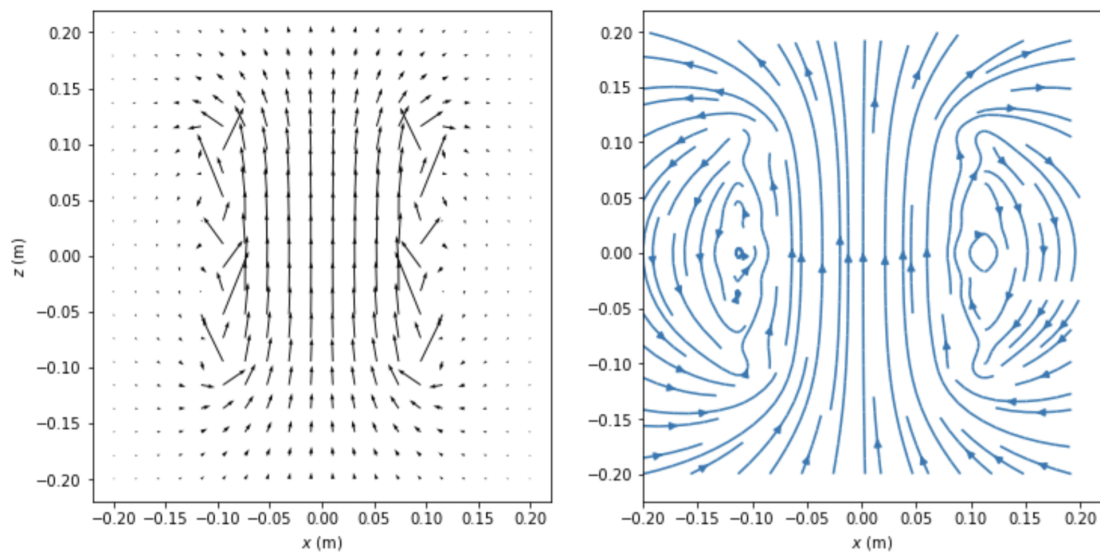


Figure 1: Plot av det magnetiske feltet fra en kort solenoide.

f) Skriv et program som plotter det magnetiske feltet i z -retningen langs tre linjer som er parallelle med z -aksen, dvs. $B_z(0, 0, z)$, $B_z(a/3, 0, z)$ og $B_z(2a, 0, z)$, i området fra $z = -a$ til $z = a$. Du finner resultatet i Fig. 2. Kommenter resultatet. Stemmer dette med hva du forventer for en solenoide?

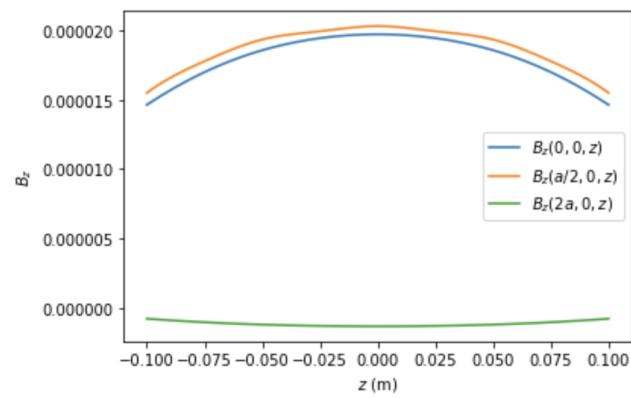


Figure 2: Plot av det magnetiske feltet fra en kort solenoide langs tre linjer.