

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT1050 — Matematikk for anvendelser 1

Eksamensdag: Fredag 27. november 2020

Tid for eksamen: 09.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelsamling

Tillatte hjelpemidler: Alle

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

**Du må begrunne alle svarene dine, og du må vise nok
mellomregninger til at man lett kan følge argumentene dine.**

Oppgave 1 (10 poeng) Regn ut dobbeltintegralet

$$\int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^y + \sin x) dx dy$$

Oppgave 2 (10 poeng) La $z, w \in \mathbb{C}$. Løs følgende komplekse liknings-
system:

$$\begin{cases} 2iz + w = 1 \\ z + (1 - i)w = 0 \end{cases}$$

Oppgave 3 (10 poeng) Finn volumet av legemet som ligger over xy -planet
og under grafen til $f(x, y) = 25 - x^2 - y^2$.

Oppgave 4 (10 poeng) La f være funksjonen gitt ved

$$f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 3$$

Finn de kritiske punktene til f og bestem deres type (lokalt maks/min eller
sadelpunkt).

Oppgave 5 (10 poeng) Finn den største og minste verdien til funksjonen
 f gitt ved $f(x, y) = xy$ under bibetingelsen $4x^2 + 9y^2 = 36$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 6 (20 poeng) La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xy^2 + 3x^2, 2x^2y + 4y^3)$$

- a) Vis at $\mathbf{F}$ er konservativt og finn en potensialfunksjon for $\mathbf{F}$.

La C være kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^{-t} \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$.

- b) Finn integralet av vektorfeltet $\mathbf{F}$ langs kurven C .

Oppgave 7 (30 poeng) La $c \in \mathbb{R}, c \neq 0$. Se på følgende system av differensiallikninger:

$$H : \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = cx + y \end{cases}$$

- a) Vis at løsningene til den karakteristiske likningen til systemet H (det vil si egenverdiene til systemet) er $\lambda = 1 \pm \sqrt{3c}$.

Likevektspunktet til systemet H er $(0, 0)$.

- b) Hva slags type er likevektspunktet når $c = 3$?
- c) Hva slags type er likevektspunktet når $c < 0$?
- d) Finn løsninger x og y av systemet H når $c = 3$ som oppfyller $x(0) = 1$ og $y(0) = 2$.
- e) Finn $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{x(t)}$ der x og y er løsningene til systemet H når $c = 3$.
Finn likningen til den tiltrekkende linja til systemet H når $c = 3$.

– SLUTT –