

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT1050 — Matematikk for anvendelser 1
Eksamensdag: Mandag 8. juni 2020
Tid for eksamen: Mandag 8. juni 14.30 – Mandag 15. juni 14.30
Oppgavesettet er på 2 sider.
Vedlegg: Formelark
Tillatte hjelpemidler: Alle

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1.(10 %)

Gitt

$$f(x, y) = x^2y - x^2 - y^4 + 8y^2.$$

Finn de kritiske punktene til f og bestem deres type (lokalt maks/min eller sadelpunkt).

Oppgave 2.(25 %)

La C være kurven parameterisert ved $\mathbf{r}(t) = (t^2, \sqrt{5}t^3)$, $t \in [0, 1]$. Videre er gitt vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (2x + y^2, 2xy)$.

- Avgjør om $\mathbf{F}$ er konservativt og finn i så fall en potensialfunksjon.
- Regn ut linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$.
- Regn ut lengden av C .
- Bruk Simpson's metode med 4 deler til å beregne en tilnærmet verdi av lengden. (Bruk kalkulator og regn med 3 desimaler.)

Oppgave 3.(10 %)

Finn $y(t)$ slik at $y' = 2te^{-y}$ og $y(0) = 0$.

Oppgave 4.(10 %)

Bruk Lagrange's metode til å finne maks og min for $f(x, y) = 8x + y$ når $x^4 + y^4 = 1$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 5(20 %)

La D være området i høyre halvplan (dvs. $x \geq 0$) begrenset av kurvene $y = x$, $y = -x$ og $x^2 + y^2 = 1$.

- a) Tegn D og finn arealet og tyngdepunktet.
b) La $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$. Finn linjeintegralet

$$\oint_{\delta D} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

både ved direkte utregning og ved å bruke Green's teorem. (δD er randkurven til D , orientert mot klokka.)

Oppgave 6(25 %)

- a) Finn løsninger $x(t)$ og $y(t)$ av differensialligningssystemet

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y \\ y' &= 3x + 4y\end{aligned}$$

slik at $x(0) = 3$ og $y(0) = 5$. Avgjør hva slags likevektspunkt det er.

- b) Finn likevektspunktet til systemet

$$\begin{aligned}x' &= -3x - 2y + 7 \\ y' &= x - y + 1\end{aligned}$$

og avgjør hva slags likevektspunkt det er.

SLUTT