UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1100 – Kalkulus.
Eksamensdag:	Tirsdag 11/10, 2005.
Tid for eksamen:	09.00–11.00.
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Kandidatnr. ___________

Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1. Det komplekse tallet $(1+i)^3$ er lik:

☐ $1-i$ ☐ $2-2i$ ☐ $3-i$ ☐ $-2+2i$ ☐ $-1-i$

2. For funksjonen $f(x) = \sin(\frac{x}{2})$, $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$, finnes det et tall $c \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ som oppfyller konklusjonen i middelverdisetningen. Da er c lik:

☐ $2\pi/3$ ☐ $3\pi/4$ ☐ $5\pi/6$ ☐ π ☐ $3\pi/2$

3. La $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$ for $x \neq \pm 3$. På hvilket av de følgende åpne intervallene er f voksende ?

☐ $(-\infty, \infty)$ ☐ $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$ ☐ $(-\infty, -3)$ ☐ $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$ ☐ $(3, \infty)$

4. Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$ er lik:

☐ $1/2$ ☐ $-1/2$ ☐ 1 ☐ 2 ☐ Eksisterer ikke

5. Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{x \sin 2x}{1-\cos x}$ er lik:

☐ 4 ☐ ∞ ☐ 0 ☐ -1 ☐ 1

6. Anta $P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0$ er et polynom med reelle koeffisienter, hvor $a_0 < 0$ og $n \geq 2$ er et partall. Da gjelder:

☐ $P(z)$ har ingen reelle røtter
☐ $P(z)$ har høyst en reell rot
☐ $P(z)$ har minst to reelle røtter
☐ $P(z)$ har en reell rot og to komplekse røtter
☐ $P(z)$ har to reelle røtter og en kompleks rot

7. Anta $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ er en deriverbar funksjon. Vi ser på utsagnene

I. f er diskontinuerlig.

II. f er begrenset.

III. Hvis $a < a_1 < b_1 < b$ og $f(a_1) < 0 < f(b_1)$, så finnes et tall $c \in (a_1, b_1)$ slik at $f(c) = 0$.

Da gjelder alltid:

☐ I og II ☐ II og III ☐ I og III ☐ II ☐ III

8. En sylinder med høyde h og radius r er slik at $h + 2\pi r = 1$ meter. For hvilken r har sylinderen størst volum ?

☐ $\frac{1}{3\pi}$ cm ☐ $\frac{50}{\pi}$ cm ☐ 2π cm ☐ $\frac{50}{3\pi}$ cm ☐ $\frac{1}{3\pi}$ m

9. La $a_n = n\sin(\frac{1}{n}) + (-1)^n \frac{\cos n}{n}$ for $n \geq 1$. Følgen $\{a_n\}$ er da:

☐ Begrenset, men ikke konvergent
☐ Kovergent med grenseverdi 1
☐ Konvergent med en negativ grenseverdi
☐ Divergent med grenseverdi ∞
☐ Konvergent med grenseverdi 0

10. La $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$. Finn $\delta > 0$ slik at

$$\left| f'(x) - \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right| \leq \frac{1}{100}$$

for alle h med $|h| < \delta$ og $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

☐ $\delta = 1$ ☐ $\delta = \frac{-48+\sqrt{2005}}{45}$ ☐ $\delta = \frac{-45+\sqrt{2014}}{45}$ ☐ $\delta = \frac{-9}{4} + \frac{\sqrt{2037}}{20}$ ☐ δ eksisterer ikke

SLUTT