UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	Fredag 13. oktober 2017
Tid for eksamen:	09.00 – 11.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen består av 20 spørsmål. Alle spørsmålene teller like mye. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

Oppgave 1. Det komplekse tallet z har polarkoordinater $r = 4$, $\theta = \frac{5\pi}{6}$. Da er z lik:

A)$-2\sqrt{3} + 2i$
B) $-2 + 2i\sqrt{3}$
C) $-2\sqrt{3} - 2i$
D) $2\sqrt{3} + 2i$
E) $-2\sqrt{3} - 2i$

Oppgave 2. Det komplekse tallet $z = -4 - 4i$ har polarkoordinater:

A) $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{7\pi}{4}$
B) $r = 4, \theta = \frac{5\pi}{4}$
C) $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{3\pi}{4}$
D) $r = 4\sqrt{2}, \theta = \frac{5\pi}{4}$
E) $r = 8, \theta = \frac{3\pi}{4}$

Oppgave 3. Dersom $z = \overline{\left(\frac{1+4i}{4-i}\right)}$, så er:

A) $z = \frac{1}{5} - \frac{1}{3}i$
B) $z = \frac{5}{17} - \frac{4}{17}i$
C) $z = \frac{2}{15} - \frac{2}{3}i$
D) $z = -i$
E) $z = \frac{4}{15} + \frac{3}{5}i$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4. Ligningen $(1+i)z + 2i = 2iz$ har løsningen:

A) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}i$
B) $2 + 4i$
C) $\frac{2}{5} - \frac{3}{5}i$
D) $-\frac{1}{2} + 2i$
E) $1 - i$

Oppgave 5. Hvis det reelle polynomet $P(z) = z^3 + az^2 + bz + c$ har 1 og $-i$ som røtter, så er $P(z)$ lik:

A) $z^3 + 2z^2 + 2z + 1$
B) $z^3 - z^2 + z - 1$
C) $z^3 - 1$
D) $z^3 + 3z^2 - z + 1$
E) Vi har ikke nok informasjon til å avgjøre hvilket polynom det er

Oppgave 6. Hvis $z = \sqrt{3} + i$, så er z^{38} lik:

A) $2^{38}i$
B) $2^{37}(\sqrt{3} + i)$
C) -2^{37}
D) 2^{38}
E) $2^{37}(1 + i\sqrt{3})$

Oppgave 7. Grenseverdien $\lim_{n\to\infty} \frac{3n^4 - 2n^2 + 1}{7 + 3n^3 + 4n^4}$ er lik:

A) 0
B) $\frac{3}{4}$
C) ∞
D) $\frac{1}{7}$
E) $\frac{3}{7}$

Oppgave 8. Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{x^3 + 2x^4}{5x^3 - 4x^4}$ er lik:

A) 0
B) $\frac{2}{5}$
C) $-\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{5}$
E) ∞

Oppgave 9. Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} - 1\right)$ er lik:

A) 1
B) 2
C) ∞
D) 0
E) $\frac{1}{2}$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 10. Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{1-\cos x}$ er lik:

A) 0
B) 2
C) ∞
D) $\frac{1}{2}$
E) 1

Oppgave 11. Grenseverdien $\lim_{x\to 1} x^{\frac{2}{x-1}}$ er lik:

A) 1
B) 2
C) e^2
D) $\frac{1}{2}$
E) ∞

Oppgave 12. Den omvendte funksjonen til $f(x) = 3\ln(2x+4)$ er:

A) $g(x) = \frac{e^{3x+2}}{4}$
B) Det finnes ingen omvendt funksjon
C) $g(x) = \frac{4e^{x-2}}{3}$
D) $g(x) = \frac{1}{3\ln(2x+4)}$
E) $g(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{3}} - 2$

Oppgave 13. Funksjonen $f : [-2,\infty) \to \mathbb{R}$ definert ved $f(x) = (x+1)e^x$ er injektiv. Hvis g er den omvendte funksjonen, er $g'(1)$ lik:

A) $\frac{1}{2e}$
B) 2
C) 1
D) $\frac{1}{2}$
E) e

Oppgave 14. Funksjonen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} + 2 & \text{for } x \geq 0 \\ \\ Ax + B & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

der A og B er konstanter. Hva må A og B være for at f skal være deriverbar i $x = 0$?

A) $A = 2, B = 3$.
B) $A = 2$, B kan være hva som helst
C) $A = 2, B = 0$
D) Ingen valg av A og B gjør f deriverbar i $x = 0$
E) $B = 3$, A kan være hva som helst

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 15. Funksjonen $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ er:

A) konkav på hele $\mathbb{R}$
B) konveks på $(-\infty, 0]$ og konkav på $[0, \infty)$
C) konkav på $(-\infty, 0]$ og konveks på $[0, \infty)$
D) konkav på $(-\infty, 0]$ og på $[0, \infty)$, men ikke på hele $\mathbb{R}$
E) konveks på $(-\infty, 0]$ og på $[0, \infty)$, men ikke på hele $\mathbb{R}$

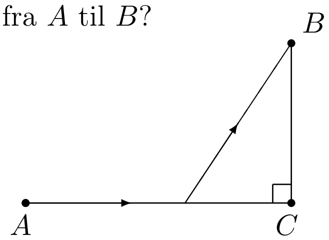
Oppgave 16. Løsningene til annengradsligningen $z^2 - (1+i)z + i = 0$ er:

A) Eneste løsning er i (dobbeltrot)
B) 1 og $-2i$
C) Eneste løsning er 1 (dobbeltrot)
D) i og 2
E) 1 og i

Oppgave 17. Asymptoten til $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ når $x \to \infty$ er:

A) $y = x + \frac{3}{2}$
B) $y = x$
C) Det finnes ingen asymptote
D) $y = x + 3$
E) $y = x + \frac{1}{3}$

Oppgave 18. En orienteringsløper skal løpe fra punkt A til punkt B på figuren. Hun planlegger å følge veien fra A til C et stykke, og så løpe ut i terrenget i retning B (se pilene på figuren). Avstanden fra A til C er 500 m og avstanden fra C til B er 300 m. Langs veien kan hun løpe med en fart av 5 m/s, mens hun i terrenget løper med en fart av 3 m/s. Hvor langt må hun løpe langs veien for å bruke kortest tid fra A til B?



A) 150 meter
B) 350 meter
C) 275 meter
D) 200 meter
E) 250 meter

Oppgave 19. Et fly observeres fra et punkt på bakken. Flyet beveger seg horisontalt i en høyde av 8 km over bakken. I det flyets avstand fra observasjonspunktet er 10 km, endrer avstanden seg med 600 km/t. Hvor er farten til flyet i dette øyeblikket?

A) 1000 km/t
B) $\frac{2000}{3}$ km/t
C) 750 km/t
D) 800 km/t
E) 900km/t

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 20. Anta at f er en funksjon fra $\mathbb{R}$ til $\mathbb{R}$. Dersom det finnes positive tall M og b slik at

$$|f(x) - f(y)| \leq M|x - y|^{1+b}$$

for alle $x, y \in \mathbb{R}$, så er:

A) f strengt voksende.
B) f strengt avtagende.
C) f strengt avtagende for $x < 0$ og strengt voksende for $x > 0$
D) Det finnes ingen slike funksjoner
E) f er konstant

SLUTT